

## UMA BREVE SÍNTESE SOBRE TRANSFORMADAS DE FOURIER E SUAS APLICAÇÕES PARA SOLUÇÕES DE PROBLEMAS COMPLEXOS

### A BRIEF SUMMARY OF FOURIER TRANSFORMATIONS AND THEIR APPLICATIONS TO COMPLEX PROBLEM SOLUTIONS

**Uedson Gaiek Mendes Souza**  

Técnico em Agronegócio pelo Instituto Federal do Norte de Minas (IFNMG), Graduando em Engenharia de Sistemas pela Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), Montes Claros, Minas Gerais, Brasil.

*E-mail: uedsonmoc@gmail.com*

#### RESUMO

A tecnologia faz parte do nosso cotidiano, está presente na comunicação, lazer, trabalho, agendamento de consultas, compras e diversas outras atividades. O desenvolvimento de novas tecnologias e ferramentas de modo geral conta com estudos muitas vezes de sistemas complexos. Esse trabalho tem como objetivo trazer uma breve síntese sobre as Transformadas de Fourier, assim podemos ter uma ideia da alta complexidade de ferramentas tecnológicas e/ou aplicativos que utilizamos de maneira tão automática no nosso cotidiano.

**Palavras-chave:** Tecnologia, problemas complexos, sistemas.

#### ABSTRACT

Technology is part of our daily lives, it is present in communication, leisure, work, appointment scheduling, shopping and several other activities. The development of new technologies and tools generally relies on studies of complex systems. This work aims to bring a brief summary of Fourier Transforms, so we can have an idea of the high complexity of technological tools and/or applications that we use so automatically in our daily lives.

**Keywords:** Technology, complex problems, systems.

#### INTRODUÇÃO

O estudo das Transformadas de Fourier tem como objetivo escrever funções complicadas porém periódicas como o somatório de ondas simples matematicamente representadas por senos e cossenos. As Transformadas de Fourier são uma extensão da série de Fourier, onde esta por sua vez resulta quando o período da função representada é maximizado, desse modo aproximando-se do infinito. Podemos entender as Transformadas de Fourier como um meio de tornar operações extremamente complexas em operações mais simples e esclarecedoras, isso porque, neste método trabalha-se com operações no domínio da frequência, o que torna o nosso problema um pouco mais simples; além disso vale ressaltar que ao transformar o problema, podemos aplicar a inversa na solução; isso pode deixar o nosso problema menos complexo de ser resolvido. Antes de mais nada, é necessário levar em consideração a dificuldade envolvida em aplicar a transformada ao problema

original e em aplicar a transformada inversa na solução do problema transformado. Em síntese, temos um problema a ser resolvido no domínio do tempo e passamos o nosso problema para o domínio da frequência. Dentre sua vasta aplicabilidade, uma das aplicações mais importantes das Transformadas de Fourier está presente na resolução de Equações Diferenciais Parciais, que nada mais é do que uma equação que contém uma função com uma variável dependente de duas ou mais variáveis independentes e suas derivadas parciais em relação a estas variáveis. Nesse âmbito, podemos apresentar duas equações muito populares, são elas : “Equação do Calor em uma barra infinita” e a “Equação da Onda” . A Equação da Onda descreve a propagação das ondas – tais como ocorrem na física– tais como ondas sonoras, luminosas ou aquáticas. Já a equação do calor basicamente se refere a difusão de calor em sólidos.

### **CONSIDERAÇÕES SOBRE AS PROPRIEDADES DAS TRANSFORMADAS**

Sendo esse um tema extenso, apresento resumidamente algumas das principais propriedades das transformadas de Fourier:

- Transformada da derivada
- Simetria e dualidade
- Teorema de Parseval
- Princípio da incerteza
- Diferenciação
- Diagramas de espectro
- Fenômeno de Gibbs
- Teorema da convolução
- Linearidade ou superposição
- Deslocamento no eixo  $t$
- Translação ou deslocamento no tempo
- Modulação ou deslocamento na frequência
- Mudança de escala
- Conjugação
- Integração

Sendo muitas vezes trabalhoso realizar o cálculo de algumas transformadas, por muitas vezes se é usado algumas tabelas onde podemos encontrar as equações e suas transformadas. A título de exemplo segue-se a tabela a seguir:



Transformadas de Fourier Elementares	
$f(x) = \mathcal{F}^{-1}(\hat{f})(x)$	$\hat{f}(\omega) = \mathcal{F}(f)(\omega)$
$\chi_{[0,a]}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < a \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1 - e^{-ia\omega}}{i\omega}$
$e^{-ax}u_0(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ e^{-ax}, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{a + i\omega}, a > 0$
$\frac{1}{x^2 + a^2}, \text{ para } a > 0$	$\frac{\sqrt{2\pi}}{2a} e^{-a \omega }$
$e^{-ax^2}, \text{ para } a > 0$	$\frac{1}{\sqrt{2a}} e^{-\frac{\omega^2}{4a}}$
$f(ax), \text{ para } a \neq 0$	$\frac{1}{ a } \hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right)$
$xf(x)$	$i \frac{d\hat{f}}{d\omega}(\omega)$
$f'(x)$	$i\omega \hat{f}(\omega)$
$\int_0^x f(y)dy$	$\frac{\hat{f}(\omega)}{i\omega}$
$f(x - a)$	$e^{-ia\omega} \hat{f}(\omega)$
$e^{iax} f(x)$	$\hat{f}(\omega - a)$
$\hat{f}(x)$	$f(-\omega)$
$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y)g(x - y)dy$	$\sqrt{2\pi} \hat{f}(\omega) \cdot \hat{g}(\omega)$

Por fim, é possível aferir que as Transformadas de Fourier estão presentes em vários lugares e momentos de nossas vidas, ainda que não saibamos que elas estão lá. Podemos citar os aplicativos de música, exemplo disso é o APP Shazam. Jean Baptiste Joseph Fourier ao perceber que os sinais complicados poderiam ser representados através da simples soma de uma série de sinais mais simples. Ele escolheu fazer isso por meio da soma de senóides. O aplicativo Shazam, possui um banco de dados com diversas frequências de músicas gravadas, que foram transformadas em somas de senóides através de transformada de Fourier, sendo assim, reconhecer músicas de forma muito rápida. Outro exemplo muito interessante é o processamento de imagens, em que pode-se entender filtragem de uma imagem com as suas respectivas técnicas de transformações aplicadas a cada pixel da imagem, levando em conta os níveis de cinza de uma região vizinha de cada pixel dessa imagem. Tais técnicas se dividem basicamente em duas:

- Filtragem no domínio espacial
- Filtragem no domínio da frequência

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na formação de um Engenheiro de Sistemas é imprescindível o conhecimento acerca das Transformadas de Fourier a fim de conseguir lidar melhor com problemas complexos enquanto profissional; disciplinas como Equações Diferenciais e Sinais e Sistemas abordam problemas que não ficam restritos apenas no campo das ideias ou imaginação, é possível ter um olhar mais amplo acerca do funcionamento de vários equipamentos tecnológicos, entendendo como funcionam as etapas do processo até o produto final, como por exemplo o processamento de imagens como citado anteriormente.

Portanto, essas disciplinas proporcionam experiências teóricas que podem ser aplicadas em práticas que me auxiliam enquanto acadêmico a desenvolver um pensamento sistêmico e holístico de um problema e como ele pode ser resolvido a partir das Transformadas de Fourier, tendo uma visão do todo e não apenas uma ideia superficial das etapas que envolvem a solução de um problema ou o desenvolvimento de uma nova aplicação.

## REFERÊNCIAS:

Boyce, William E. e Richard C. DiPrima. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. Tradução: Valéria de Magalhães Iório. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

SANTOS, Reginaldo J. **Transformada de Fourier**. Departamento de Matemática - ICEX. Universidade Federal de Minas Gerais. Disponível em:  
<<https://regijs.github.io/eqdif/transfourier.pdf>> Acessado em 28 set. 2022

SAUTER, E.; AZEVEDO, F.S. **Análise de Fourier: Um Livro Colaborativo**. UFRGS - IME - Recursos Educacionais Abertos de Matemática, Creative Commons Atribuição Compartilha Igual 3.0 Não Adaptada, p. 41-69, 26 jul. 2022. Disponível em:  
<<https://www.ufrgs.br/reamat/TransformadasIntegrais/livro-af/livro.pdf>> Acessado em: 30 jul. 2022.



eISSN 2594-9810 Revista Ciranda (DEPE-UNIMONTES)

■ Recebido em: 25/10/2022 ■ Aceito em: 25/10/2022 ■ Publicado em: 18/11/2022