Educação Matemática Debate, Montes Claros, v. 1, n. 1, p. 9-27, jan./abr. 2017
eISSN 2526-6136 http://dx.doi.org/10.24116/emd25266136v1n12017a01

Reflexões e desafios da resolução de problemas nas aulas de Matemática: um ensaio teórico

Reflections and challenges of problem solving in Mathematics classes: theoretical essay

Simone Bueno
Edvonete Souza de Alencar
Teresa Sofía Oviedo Millones

Resumo:
Nesta pesquisa temos por objetivo refletir sobre o papel da resolução de problemas nas aulas de Matemática, apresentando os diferentes tipos de problemas que podem ser propostos aos alunos. A realização deste trabalho ocorreu por meio da abordagem qualitativa, no qual foi considerado o conhecimento teórico acumulado, a partir de uma pesquisa bibliográfica, tendo como referencial os trabalhos de Vergnaud, Polya, Dante e Brousseau. Pesquisamos os estados da arte realizados nessa temática e buscamos os autores mais utilizados nas pesquisas para formar nosso quadro teórico. Apresentamos as principais contribuições dos autores e como estes estudos teóricos podem contribuir com a prática em sala de aula. Além disso, apresentamos uma atividade em que analisamos cada autor de referência. De modo geral propusemos a reflexão sobre os caminhos para a resolução de um problema matemático e como as aulas podem se tornar mais significativas aos alunos.
Palavras-chave: Resolução de problemas. Construção do conhecimento. Educação Matemática.

Abstract:
This research aims to reflect on the role of problem solving in mathematics classes, presenting the different types of problems that can be proposed by teachers to students. This work was carried out through a qualitative approach, in which the accumulated theoretical knowledge was considered, based on a bibliographical research, with reference to the works of Vergnaud, Polya, Dante and Brosseau. Researched states of art carried out in this theme and searched the authors most used in the research to form our theoretical framework. We present the main contributions of the authors and how these theoretical studies can contribute to the practice in the classroom. In addition, we present an activity where we analyze each reference author. In general we have proposed the reflection on the ways to solve a mathematical problem and how the classes can become more meaningful to the students.
Keywords: Problem solving. Construction of knowledge. Mathematics Education.

Simone Bueno
Doutora em Educação Matemática (PUC-SP). Professora das Faculdades Guarulhos. Brasil. E-mail: simbue123@hotmail.com

Edvonete Souza de Alencar
Doutora em Educação Matemática (PUC-SP). Professor da Universidade Federal de Grande Dourados (UFGD). Brasil. E-mail: edvonete.s.alencar@hotmail.com

Teresa Sofía Oviedo Millones
Doutoranda em Ciências da Educação (PUCP). Professora pesquisadora da Associação Peruana de Investigação em Educação Matemática (Apinema). Peru. E-mail: sovmila@gmail.com

Recebido em 12/02/2017
Aceito em 13/03/2017

1 Introdução

Pra que dividir sem raciocinar
Na vida é sempre bom multiplicar
Aula de Matemática (Marino Pinto e Tom Jobim, 1958)

O trecho da música "Aula de Matemática" criada por Marino Pinto e Tom Jobim, em 1958, e lançada por Carlos José na Polydor, foi relançada em 1979 por Tom Jobim e Miúcha. O verso dessa canção nos leva a refletir que a resolução de problemas está presente em situações cotidianas. Portanto, pensamos assim que estas devem ser utilizadas nas instituições escolares.

Neste estudo, nosso objetivo foi fazer uma reflexão referente aos principais quadros teóricos abordados nas pesquisas referentes a temática de resolução de problemas e também sobre os diferentes tipos de problemas que podem ser propostos pelos professores aos alunos. Além disso, apresentamos uma atividade de resolução de problemas desenvolvida em uma turma na Licenciatura em Matemática.

Por tratar-se de um estudo teórico, as etapas apresentadas foram: busca de pesquisas e quadros teóricos mais referenciados, apresentação dos quadros teóricos, mostra da atividade, e análises e conclusões a respeito da pesquisa.

Frente aos desafios impostos pela sociedade contemporânea e uma vez que na sociedade atual são requeridas capacidade de análise, argumentação e tomada de decisão, entendemos que cada vez mais a resolução de problemas foi ganhando destaque e relevância em estudos de alguns educadores, dentre os quais Vergnaud (1991), Polya (1995), Dante (2003) e Brosseau (1999).

Para Dante (2003), "um dos principais objetivos do ensino de Matemática é fazer os alunos pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las" (p. 11).

Em nossa prática pedagógica como professoras no ensino de Matemática, identificamos as dificuldades apresentadas pelos alunos ao tentar resolver os problemas propostos. Muitas vezes as dificuldades surgem já no início, ou seja, na própria interpretação do problema, o que entendemos configurar-se como um obstáculo para o bom desempenho dos discentes. Frente a essa percepção, emergiram algumas inquietações que nos motivou a investigar sobre o processo de ensino e aprendizagem a partir do tratamento dado pela resolução de problemas e tentar apontar possíveis ações que podem ser facilitadoras para a compreensão do aluno frente à interpretação de problemas matemáticos.

Vergnaud (1991) complementa que para se ensinar o conceito é preciso conhecer como se constroem os conhecimentos matemáticos, e desse modo, tais análises auxiliam o professor em suas ações de planejamento ao escolher estratégias e intervenções mais eficientes para se trabalhar esses conteúdos.

2 Nosso estudo

Inicialmente realizamos uma pesquisa nos principais "estados da arte"[1] e buscamos a temática sobre resolução de problemas, onde selecionamos os principais referenciais teóricos utilizados. Cabe mencionar que apesar de apresentarmos neste artigo uma atividade de Geometria que possui a resolução de problemas como estratégia metodológica, nosso foco investigativo não contempla trabalhos de estados da arte sobre Geometria, mas sim da resolução de problemas.

Entre os estados da arte analisados selecionamos os que tratavam de Educação Matemática e resolução de problemas:

- Estado da arte na resolução de problemas em Educação em Ciência, realizado por Vasconcelos, Lopes, Costa, Marques e Carrasquinho (2007), que analisou o quadro teórico e prático da resolução de problemas e que buscou pesquisas nos periódicos *Revista de Educação, Revista Portuguesa de Educação, Science Education, International Journal of Science Education, Enseñanza de las Ciencias e Journal of Research inScience Teaching*, nos anos de 2000 a 2003.
- O Estado da Arte da Pesquisa em Resolução de Problemas na Educação Matemática no Brasil e no Mundo, realizado por Onuchic (2011), que apresentou artigos da edição especial de cem anos na revista *Mathematics Teacher* com os principais artigos referentes a resolução de problemas.
- A divisão e os racionais: revisão bibliográfica e análise, realizado por Fávero e Neves, que buscou pesquisas nos bancos de dados: SciELO – Scientific Electronic Library; OVID; Wilson; Web of Science; Banco de Teses CAPES; General Science Abstracts Full Text; Education Full Text; ERIC (via CSA); ERIC (via US Department of Education) e PsycINFO, a partir do Portal da Capes no período de 1999 a 2010.

Ao analisar os estados da arte observamos que as pesquisas citadas pelos estudos

[1] Segundo Romanovski e Ens (2006) o estado da Arte é uma metodologia de pesquisa que realiza revisões sistemáticas sobre uma área de investigação.

utilizaram como referencial teórico em sua maioria Vergnaud (1991), Polya (1995), Dante (2003) e Brosseau (1999). Desse modo, formamos nosso quadro teórico de análise, em que buscamos refletir sobre as interfaces e diferenças dos autores assim como as resoluções de problemas podem ser utilizadas nas aulas de Matemática.

3 A importância da resolução de problemas para o ensino, segundo Vergnaud

Gérard Vergnaud nasceu em 1933 e formou-se em Matemática, Filosofia e Psicologia. Foi um dos pesquisadores orientados por Jean Piaget. Atualmente ele é professor emérito do Centro Nacional de Pesquisa Científica, em Paris. Esse pesquisador elaborou a Teoria dos Campos Conceituais e estuda as relações e rupturas do conhecimento por meio de diferentes situações, sendo considerado segundo o autor uma "teoria psicológica que leva a compreender como se constrói os conhecimentos matemáticos" (VERGNAUD, 1991, p. 133).

O autor acredita que há uma relação entre o conceito matemático e as situações estudadas e por isso mostra a importância de se estudar os campos conceituais visto a interface existente entre o conceito e as diversas situações. Salientamos que em nossa análise consideramos como os diferentes problemas podem ser explorados em sala de aula, e para que haja uma melhor intervenção e planejamento do ensino é necessário que o docente compreenda como se constrói o conceito estudado.

Vergnaud (1991) apresenta situações do campo aditivo e do campo multiplicativo, área do conhecimento em que dedicou mais seus estudos. No entanto, salientamos que o autor considera que existem campos conceituais na Geometria, na Mecânica e outras áreas.

Os problemas do campo aditivo são:

- *Transformação positiva de um estado inicial*: Marina tinha 20 figurinhas e ganhou 15 num jogo. Quantas figurinhas ela tem agora?
- *Transformação negativa de um estado inicial*: Pedro tinha 37 bolinhas, mas perdeu 12. Quantas bolinhas ele tem agora?
- *Combinação de medidas*: Numa classe, há 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há ao todo?
- *Comparação*: Paulo tem 13 carrinhos e Carlos tem 7 a mais que ele. Quantos carrinhos tem Carlos?
- *Composição de transformações*: No início do jogo, Flávia tinha 42 pontos. Ela ganhou 10

pontos e, em seguida, mais 25. O que aconteceu com seus pontos no fim? (COSTA, 2007)

Os problemas do campo multiplicativo são:

- *Multiplicação*: Josie compra 4 bolos. O preço de um bolo é de 7 francos. Quanto deve pagar?
- *Divisão partição*: Arthur pagou 30 francos para 6 ágatas azul. Qual é o preço de uma ágata?
- *Divisão de quotas*: Bernard quer comprar ágatas. Ele tem 40 milhões de francos. O custo por ágata é 5 milhões de reais. Quanto ele pode comprar?
- *Quarto proporcional*: Marie Helene pagou 72 francos para 12 ovos de chocolate. Sua prima Sófhie quer comprar 18. Quanto será que vai pagar? (SILVA, 2010, p. 85)

Para Vergnaud (1991) é muito importante que seja trabalhado em sala de aula todas as diferentes situações para o desenvolvimento do conhecimento do campo conceitual estudado.

4 Etapas da resolução de problemas segundo Polya

George Polya (1897-1985) foi professor emérito em ET Zurich e Stanford University. Publicou o seu livro *How to solve it* no ano de 1945, expondo suas ideias sobre a heurística de resolução de problemas, sendo o primeiro matemático a apresentar uma heurística de resolução de problemas específica para a Matemática.

No entender desse autor, um indivíduo está perante um problema quando se confronta com uma questão a qual não pode dar uma resposta, ou quando não consegue resolver uma situação usando os conhecimentos imediatamente disponíveis.

Polya (1995) considera que para resolver um problema é necessário que se saiba algo do assunto em questão, reunindo e selecionando itens relevantes do conhecimento. O autor considera que a concepção do problema é muito mais ampla no final do que no princípio, pois temos que recordar teoremas, definições, e verificar se é um problema conhecido. Para Polya (1995, p. 130) "o ato de extrair da nossa memória esses elementos relevantes podem ser chamados de mobilização".

No entanto, na solução de um problema, faz-se necessário combinar os fatos isolados adaptando-o ao problema em questão. Para o autor, esta atividade de adaptar e combinar pode ser chamada de organização. Nesse contexto, Polya (1995, p. 130) considera que

> de fato, mobilização e organização não podem jamais ser realmente separadas. Quando trabalhamos com concentração num problema, relembramos apenas aqueles fatos que estão mais ou menos relacionados com o nosso objetivo e nada temos a relacionar e organizar a não ser o material que relembramos e mobilizamos. A mobilização e a organização constituem penas dois aspectos de um mesmo processo complexo que apresenta ainda muitos outros.

Consideramos que a resolução de problemas matemáticos possui vários caminhos e os problemas em si não conduzem a uma única solução de caráter repetitivo, mas é uma possibilidade de raciocínio e ação, envolvendo muitas vezes o trabalho em equipe. Desse modo, a resolução de um problema matemático envolve além do desafio, o descobrimento, pois não existe um método rígido do qual o aluno possa sempre seguir para encontrar a solução de uma situação-problema, mas sim diversos caminhos, e estratégias, para se chegar a resolução.

Procurando organizar um pouco o processo de resolução de problemas, Polya (1995, p. 34) o dividiu em quatro fases:

- *Compreensão do problema:* nessa etapa o aluno precisa compreender o problema, identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante e retirar dados que sejam relevantes, verificar o que está sendo perguntando e o que precisa ser resolvido em termos de conhecimentos matemáticos.
- *Estabelecimento de um plano*: nesta segunda fase o autor considera que temos um plano quando conhecemos as contas, os cálculos ou desenhos que precisamos executar para obter a incógnita. O caminho que vai da compreensão do problema até a o estabelecimento de um plano não é fácil e pode ser longo e tortuoso. Desse modo, nessa fase é importante fazer perguntas, criar estratégias de resolução do problema e identificar qual é a incógnita do problema proposto.
- *Execução do plano:* esta fase é considerada a mais fácil do processo de resolução de um problema, no entanto, é necessário ter paciência e certeza de que cada passo foi executado corretamente. Nessa fase é necessário executar o plano elaborado na etapa anterior e verificar a ligação entre cada um com o propósito de tentar obter a solução da situação-problema.
- *Retrospecto:* esta é uma fase importante, ao fazer um retrospecto da resolução completa tem-se a certeza de que o problema foi resolvido de maneira correta, eliminando, assim, algum erro que possa ter ocorrido durante a execução do plano. Nesta fase, ao fazer um

retrospecto da resolução completa o aluno poderá consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver um problema. É oportuno o professor interagir com o aluno, verificando a solução encontrada, se existem outras maneiras de se chegar a mesma solução, ou se existe a possibilidade de empregar o mesmo método para a resolução de problemas semelhantes.

Desse modo, Polya (1995) considera que primeiramente é necessário compreender o problema, percebendo o que é necessário para a sua resolução. Segundo, é preciso entender como os diversos itens estão inter-relacionados, e de que modo a incógnita está ligada aos dados propostos no problema, para assim começar a delinear a ideia de como se dará a resolução. Nesse momento, é quando se estabelece o plano. Em seguida o plano é executado e por último é feito um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo a solução encontrada. O autor assinala que pode ser que o aluno salte por todas essas etapas e chegue impulsivamente à solução, no entanto, ele adverte que muitos enganos podem ser evitados se na execução do plano o aluno verificar cada passo, reexaminando e reconsiderando a solução encontrada.

Desse modo, podemos notar que o processo de resolução de um problema é algo complexo, uma vez que depende de vários fatores já descritos anteriormente. A resolução de situações-problema propicia a interação entre o professor e os alunos quebrando a rotina da sala de aula e contribui para o ensino de conceitos matemáticos tornando a aprendizagem do aluno mais significativa, contribuindo para que ele perceba que os processos de pensamento utilizados na sala de aula para a resolução podem ser utilizados na resolução de problemas do cotidiano.

5 Os vários tipos de problemas matemáticos segundo Dante

Luiz Roberto Dante possui livre-docência em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp), *campus* Rio Claro, doutorado em Psicologia da Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), mestrado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP), campus São Carlos, e licenciado em Matemática pela Unesp de Rio Claro. Teve seu trabalho reconhecido na sociedade em virtude do trabalho que desenvolve em relação à formação de professores sobre a aprendizagem e ensino da Matemática, além de escrever livros didáticos e paradidáticos.

Os professores de Matemática constantemente se deparam em sala de aula com alunos que encontram dificuldades em resolver os problemas propostos. Muitas vezes, essas dificuldades surgem já no início do problema e, desse modo, não conseguem retirar do enunciado do problema dados para a sua resolução ou mesmo identificar o que o problema está questionando.

Muitas vezes durante a resolução de um problema, é necessário a intervenção do professor por meio de instruções verbais que podem esclarecer, orientar; ou mesmo (re)direcionar o pensamento em certas direções. A orientação do professor pode estender-se ou ser mais completa, mas não pode se referir à descrição da sua solução, pois é importante estimular o aluno a pensar por si. A intervenção do professor deve assumir o aspecto de informação, orientação e questionamentos que oportunizem reflexão, investigação e elaboração de estratégias na busca de soluções.

Dante (2003, p. 45) considera que embora tão valorizada, a resolução de problemas é um dos tópicos mais difíceis de ser trabalhado em sala de aula. Esse autor definiu seis objetivos, como sendo os passos para a resolução de problema, como passamos a descrever.

Fazer o aluno pensar produtivamente: esse é um dos principais objetivos do ensino da Matemática. Podem ser apresentadas aos alunos situações-problema que o envolvam e se sintam desafiados a resolvê-los.

Desenvolver o raciocínio do aluno: é necessário desenvolver no aluno a habilidade para elaborar um raciocínio lógico e fazer uso de sua inteligência utilizando os recursos disponíveis;

Ensinar o aluno a enfrentar situações novas: frente as mudanças sociais e o aprimoramento da tecnologia é necessário preparar o aluno para lidar com novas situações e usar o raciocínio, sendo fundamental desenvolver a iniciativa; adquirir o espírito explorador; a criatividade e a independência através da resolução de problemas.

Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática: a oportunidade de usar os conceitos matemáticos em seu dia-a-dia favorece uma atitude positiva do aluno em relação a Matemática. Não basta saber mecanicamente as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, é preciso saber como e quando usar esses conceitos.

Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras: incentivar que os alunos trabalhem de modo ativo, buscando a solução de um problema de um modo estimulante e desafiador.

Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas: é importante desenvolver determinadas estratégias, que auxilia a análise e a solução de situações onde um ou mais elementos desconhecidos são procurados.

Dar uma boa base Matemática às pessoas: é necessário a formação de cidadãos matematicamente alfabetizados, e que saibam resolver os problemas do cotidiano, e, para isso, é preciso que a criança tenha em seu currículo de Matemática, a resolução de problemas, para que desde cedo desenvolva a capacidade de enfrentar situações problemas.

6 Problemas matemáticos para propor aos alunos de acordo com a Teoria das Situações Didáticas

De acordo com a Teoria das Situações Didáticas (TSD), proposto por Guy Brousseau, pesquisador pertencente à escola francesa de Educação Matemática, a aprendizagem é um produto da interação do sujeito com o meio ambiente ou situações-problema, sem intervenção do professor. De acordo com Brousseau (1999) esta teoria dá a "situação" um papel fundamental na construção do conhecimento.

No entendimento de Brousseau (1999), a noção de situação estende a noção de problema. Nessa perspectiva, que tipo de problemas matemáticos propomos aos alunos?

Brousseau (1999) afirma que a resolução dos problemas na TSD está integrada no processo de aprendizagem do conhecimento matemático e para alcançar a aprendizagem significativa, os problemas apresentados aos alunos devem ser dados de modo que estes possam intervir de forma autônoma na resolução de problemas, ou seja, é muito importante o trabalho adequado de alunos realizando várias tentativas, conjecturando, verificando ou rejeitando as diferentes resoluções dos problemas.

A introdução de problemas matemáticos por professores deve garantir que os alunos não enxerguem a Matemática como um conjunto de fórmulas, símbolos, regras e procedimentos (COUNTRYMNA, 1992). No entender de Schoenfeld (1989), os alunos têm o hábito de aprender a tabuada e memorizar algoritmos sem considerar o seu significado. Desse modo, é necessário que os professores ao apresentar problemas considerem a TSD, pois estes problemas devem ser planejados de modo que os alunos alcancem a aprendizagem significativa.

A TSD distingue três tipos de situações de ensino: situações de ação, formulação e validação.

Situações de ação: o aluno deve agir em um meio (material ou simbólica); apenas a situação exige promulgação de conhecimento implícito.

Situações de formulação: um aluno (ou grupo de alunos) emitente deve formular implicitamente uma mensagem para outro aluno (ou grupo de alunos) receptor para compreender a mensagem e agir (em um meio, material ou simbólica) com base no conhecimento contida na mensagem.

Validação de situações: dois estudantes (ou grupo de alunos) devem enunciar as afirmações e concordar com a verdade ou falsidade das mesmas. As reivindicações propostas por cada grupo são submetidas à consideração de um outro grupo, que deve ter a capacidade de "punir", ou seja, ser capaz de aceitar, rejeitar, chamar provas, opor-se a outras afirmações.

7 Estratégias de ensino que poderiam ser aplicados na solução de problemas

De acordo com Barriga e Hernández (1999) e Hernandez (2002) várias estratégias de ensino podem ser incluídas antes, durante ou depois de um conteúdo curricular específico:

▪ *Os pré-instrucionais*, que são estratégias geralmente preparadas e servem de alerta ao aluno em relação ao que e como ele vai aprender (ativação de conhecimento relevante e experiência anterior que permitem ser colocada no contexto de aprendizagem relevantes). Algumas pré-instruções típicas são: objetivos e com antecedência.

▪ *As estratégias co-instrucionais* apoiam o currículo durante o processo de texto de ensino ou de ensino da leitura. Cumpre funções como: detecção das principais informações; conceituação de conteúdo; delimitação da organização, estrutura e inter-relações entre esses conteúdos e manutenção da atenção e motivação. Isso pode incluir estratégias como ilustrações, redes semânticas, mapas de conceitos e analogias, entre outros.

▪ *As estratégias pós-instrucionais* são apresentadas após o conteúdo que se tem de aprender e permite que os alunos formem uma sintética, integrativa e até mesmo crítica visão material. Em outros casos, eles permitem que se avalie o próprio aprendizado, algumas das estratégias pós-instrucionais mais reconhecidos são perguntas intercaladas, resumos finais, mapas conceituais e redes semânticas.

Em nossa experiência como professores, entendemos que os alunos possam resolver situações problemáticas por meio de uma aprendizagem significativa, percorrendo os caminhos da compreensão, reflexão, aprendizagem de noções matemáticas, o que propicia um pensamento matemático criativo, ou seja, fazer os estudantes acreditar que podem resolver problemas, considerando as quatro características fundamentais do pensamento matemático que Jurado

(2016, p. 292) destaca:

▪ *Analisar*, levando a observar, levantar perguntas, analisar os casos individuais, tentativa e erro e prática pontuação inteligente, descobrir relações lógicas, encontrar uma visão geral e uma estrutura.

▪ *Supor*, que envolve hipóteses e generalizar, ou seja, ir além dos processos individuais (intuir "o geral no particular"), sistematizar e representar.

▪ *Demonstrar* ou descartá-lo conjecturando, que envolve a resolução de problemas, discutir, demonstrações, dar contraexemplos.

▪ *Criar*, que envolve o estabelecimento de conexões dentro da própria Matemática e com outros campos do conhecimento; fazer contextualizações; hipótese; inventar novos problemas.

Nesse momento iremos apresentar os vários tipos de exercícios e problemas matemáticos utilizados por Dante, no intuito de mostrar que um problema exige a busca de diferentes estratégias e o desenvolvimento de diferentes habilidades e competências. Para esse autor, os exercícios podem ser classificados em:

▪ *Exercício de reconhecimento:* o objetivo deste tipo de problema é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade. Exemplos:

(1) Dados os números 2, 5, 10, 103, 156 e 207, quantos são ímpares?
Solução: São ímpares 5,103 e 207, portanto são 3 os números ímpares.

(2) Qual o sucessor de 120?
Solução: 121

▪ *Exercícios de algoritmos:* são aqueles exercícios que podem ser resolvidos passo a passo. O objetivo deste exercício é treinar a habilidade em executar um algoritmo reforçando os conhecimentos anteriores. Exemplos:

(3) Calcule o valor de [(3.4) + 2] ÷ 7

(4) *Solução:* [12+ 2] ÷ 7
14 ÷ 7
2

(5) Efetue*:* *Solução:*

a) 128 + 79 — 207

b) 101 – 68 — 33

c) 314 × 6 5124

d) 144 ÷ 6 24

▪ *Problemas-padrão:* a resolução envolve a aplicação de um ou mais algoritmos já aprendidos e sem a exigência de uma estratégia para a sua resolução. Esses problemas se dividem em: simples (que envolve apenas uma operação) e composto (que envolve o uso de várias operações), nesse tipo de problema a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática.

Exemplos de problemas-padrão simples:

(6) Numa classe há 17 meninos e 22 meninas. Quantos alunos há na classe?

Resolução: 17 + 22 = 39

Resposta: Há na classe 39 alunos.

(7) Um gato tem 4 patas. Quantas patas tem 3 gatos?

Resolução: 4 × 3 = 12

Resposta: Três gatos têm 12 patas.

Exemplo de problema-padrão composto:

(8) Huguinho, Zezinho e Luisinho possuem juntos 90 figurinhas. Sabendo que Huguinho tem 32 figurinhas e os outros dois possuem quantidades iguais, determine o número de figurinhas de cada um.

(9) Resolução: 90 – 32= 58 ⇒ 58 ÷ 2 = 29. Então, 32 + 29 + 29 = 90

Resposta: Zezinho e Luisinho possuem cada um 29 figurinhas e Huguinho 32 figurinhas.

▪ *Problemas-processo ou heurísticos:* são problemas cuja solução envolve operações não contidas no enunciado, desenvolve a criatividade e o raciocínio, aguça a curiosidade e faz com que o aluno se sinta desafiado a encontrar a resposta. Na resolução desse tipo de problema o aluno pode fazer uso de anotações próprias, como o uso de gráfico ou colocar os dados em tabelas para melhor visualização.

Exemplo: Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

Observação: Note que neste tipo de problema, caso o aluno não crie uma estratégia de solução para o problema, a primeira resposta que surge será 6 × 6, portanto 36 apertos, ou 6 × 5, resultando em 30 apertos, mas note que ambas as respostas estão erradas. O interessante neste tipo de exercício é que cada aluno poderá criar a sua própria estratégia de resolução. Vejamos algumas estratégias que podem ser utilizadas para resolver essa questão.

Resolução 1:

	N	A	F	S	P	R
N						
A						
F						
S						
P						
R						

Observamos que na primeira linha há 5 apertos de mão, na segunda linha há 4 apertos de mão, na terceira linha 3 apertos de mão, na quarta linha 2 apertos de mãos e na quinta linha apenas 1 aperto de mão. Na sexta linha deixamos em branco, pois entende-se que o indivíduo 6 já apertou a mão dos demais. Desse modo, ao fazer a adição dos valores em cada linha encontramos: 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15. Resposta: Ao todo teremos 15 apertos de mão.

Resolução 2: Outro modo de resolução pode ser por meio de uma lista

NOEMI (5)	**ANNELISE (4)**	**FELIPE (3)**	**SÉRGIO (2)**	**PAULO (1)**	**RICARDO**
Annelise	Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo	****
Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo	****	****
Sérgio	Paulo	Ricardo	****	****	****
Paulo	Ricardo	****	****	****	****
Ricardo	****	****	****	****	****

Resposta: 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15.

- *Problemas de aplicação*: esses problemas ligam-se a situações reais do cotidiano, exigindo o uso da Matemática. Por meio de conceitos, técnicas, procura-se matematizar uma situação real. Esses tipos de problemas são também conhecidos como situações-problema.

Exemplo: Para fazer seu relatório, um diretor de escola precisa saber qual o gasto mensal, por aluno, que ele tem com a merenda escolar. Vamos ajudá-lo a fazer esses cálculos?

Podemos levantar os seguintes questionamentos:

a) Quantos alunos comem a merenda por dia? E por mês?

b) Quantos quilos de arroz, macarrão, sal etc. a escola recebe por mês?

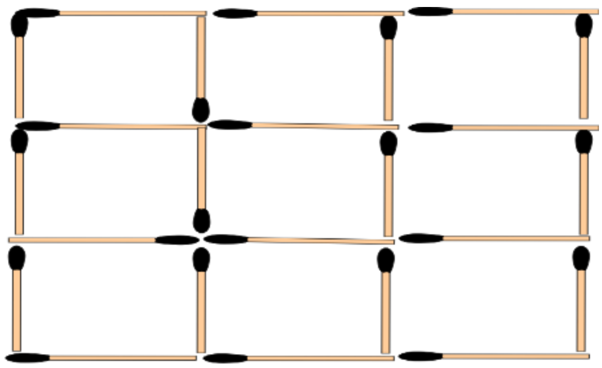
c) Qual o preço atual, por quilo, de cada um desses alimentos?

d) Qual o salário mensal da merendeira?

e) Quanto se gasta de gás?

▪ *Problemas de quebra cabeça:* esses problemas desafiam o aluno a pensar. Muitas vezes apresentam-se na forma de joguinhos na qual o aluno precisa de um certo tipo de "macete" para resolver.

Exemplo: Com 24 palitos de fósforos, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?



Ao analisar os problemas propostos por Dante (2003), podemos concluir que a resolução de um problema matemático não se baseia apenas em decorar regras, algarismos e conceitos, mas sim, entendê-los e aplicá-los. É importante neste caminho que cada aluno crie sua estratégia de resolução, utilizando gráficos, listas, anotações. O importante é o aluno perceber os vários caminhos que ele pode percorrer em busca da solução, adquirindo conhecimentos e desenvolvendo suas habilidades na resolução desses problemas.

Ao estabelecer relações com situações vivenciadas no cotidiano e nos processos de desenvolvimento da humanidade, os alunos poderão se sentir mais familiarizados com as situações-problema apresentadas, surgindo assim a motivação para resolvermos várias situações.

8 A resolução de problema na prática

Para uma melhor compreensão da importância de resolução de problemas nas aulas de Matemática, apresentamos uma atividade desenvolvida com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

Considerando a importância da Geometria Espacial no currículo desta disciplina no Ensino

Médio, e observando o baixo rendimento dos alunos e dificuldades na visualização espacial, a atividade teve por objetivo apresentar alternativas metodológicas que possibilitam a aprendizagem significativa dos conteúdos de Matemática, por meio da resolução de problemas. Algumas questões foram colocadas: como utilizar doces ou outros materiais diversificados para se ensinar Geometria? Que tipos de situações problemas poderiam ser desenvolvidas com a realização desta atividade?

Salientamos que para a elaboração dessa atividade utilizamos os autores citados anteriormente e observamos suas influências. Tal atividade foi escolhida pela sua aproximação com objetos da realidade dos alunos.

Atividade: Geometria Espacial

Material: Jujubas, palitos de dente, folha de papel com uma tabela que será preenchida no decorrer da atividade.

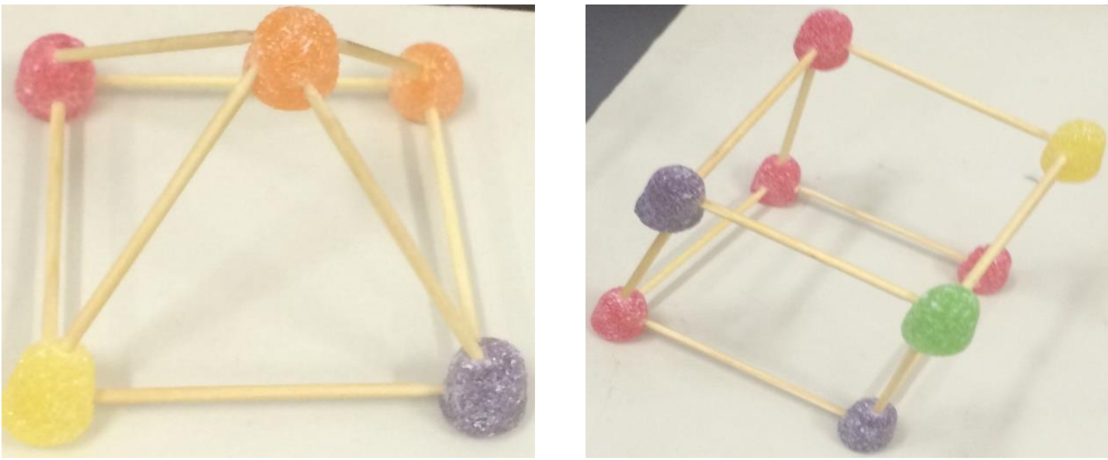
Objetivos: Reconhecer e nomear os principais poliedros; identificar os vértices, faces e arestas; e utilizar a relação de Euler para resolver problemas.

Desenvolvimento da atividade: O professor inicia a aula conceituando poliedro e poliedro regular e explica aos alunos que os elementos de um poliedro são os vértices, que serão representados pelas jujubas, as arestas, representadas pelos palitos de dente, e as faces, que serão os apoios do poliedro, no caso, os vazios. Em seguida, distribui aos alunos um pacotinho contendo 10 jujubas e 20 palitos de dente e solicita que cada aluno construa um poliedro utilizando esse material. Após a construção do poliedro, cada aluno apresenta a figura formada para a sala, o professor intervém nesse momento e solicita que cada aluno diga o nome do poliedro, o número de faces, vértices e arestas. Os alunos preenchem um quadro conforme a construção dos poliedros.

	Quantidades		
Nome do poliedro	**V (vértice)**	**F (face)**	**A (aresta)**

Após o preenchimento do quadro, o professor instiga os alunos e pergunta se eles percebem algum padrão na relação entre quantidade de faces, vértices e arestas. Nesse momento, espera-se que algum aluno observe que a soma do número de vértices e de faces sempre excede em duas unidades a quantidade de arestas. O professor explica nesse momento a relação de Euler, ressaltando a importância dessa relação para encontrar a quantidade quando os poliedros são mais complexos e não temos o modelo concreto em mãos. Para a finalização da atividade, o professor propõe a utilização da relação de Euler na resolução de alguns problemas.

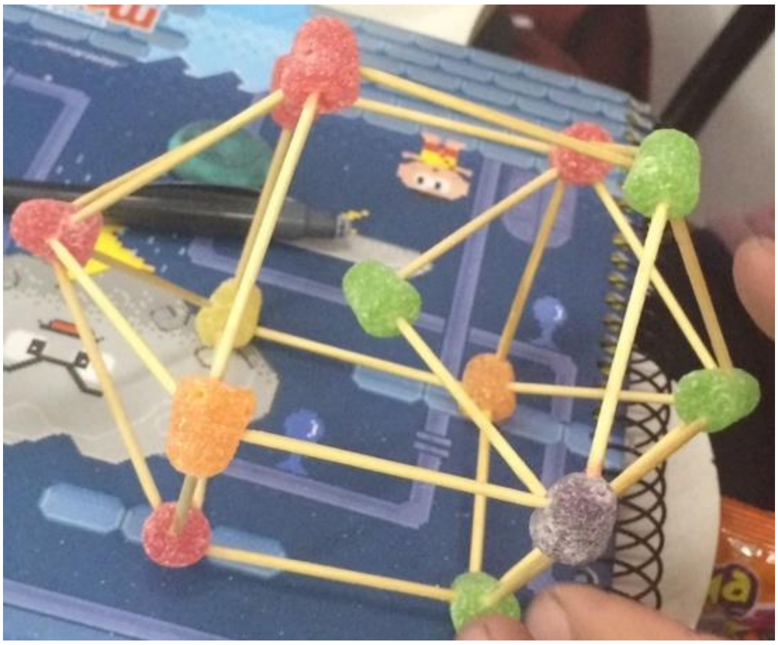
Figuras 1 e 2: Poliedros de jujuba



Fonte: Acervo Pessoal

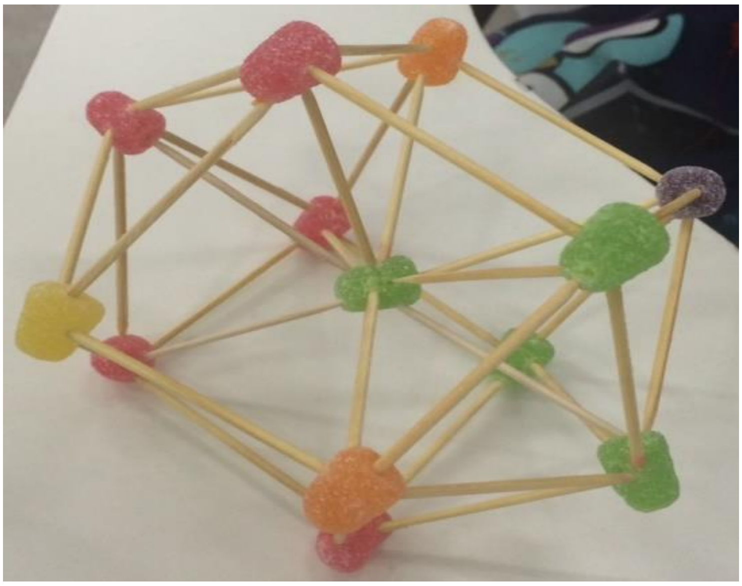
A princípio a ideia seja utilizar somente 10 jujubas e os 20 palitos, mas os alunos podem se sentir motivados e solicitar mais jujubas para construir outros poliedros, como ilustramos nas Figuras 3 e 4.

Figura 3: Poliedros de jujuba



Fonte: Acervo pessoal

Figura 4: Poliedros de jujuba



Fonte: Acervo Pessoal

Desse modo, ao possibilitar atividades investigativas por parte dos futuros professores, esses podem se sentir motivados a construir outros poliedros, vivenciando a Matemática como possibilidade de experimentação, vivenciando suas práticas e percebendo diferentes modos de propor um conteúdo, o que percebemos nos estudos de Guy Brosseau. Tal experiência também nos leva a perceber semelhança ao que Luiz Roberto Dante pondera sobre os objetivos para se ensinar com a resolução de problemas. Além disso, Gérard Vergnaud também considera importante que as situações problemas de diferentes campos conceituais sejam estudadas, neste caso os campos conceituais da Geometria, campo ainda pouco explorado e que precisa que se realizem mais pesquisas sobre o assunto. George Polya, em seus estudos, também considera significativo que as atividades de sala de aula estejam relacionadas com situações cotidianas.

9 Considerações finais

Notamos que a interface encontrada entre os estudos é a presença da necessidade de se trabalhar com diferentes situações do conteúdo. Esse fato fará com que haja uma melhor compreensão e ampliação de repertório das estratégias a serem utilizadas para a resolução de problemas.

Percebemos em que cada autor, apesar de terem objetivos comuns de promover a melhoria no ensino e aprendizagem, estes tornam-se diferentes quanto ao modo que apresentam a resolução de problemas. Vergnaud mostra a importância do trabalho com diferentes situações na resolução de problemas; Polya apresenta as fases para se resolver problemas; e Dante mostra os tipos de problema matemáticos.

Na escolha de problemas para apresentar aos estudantes, deve ser considerada a principal ação de estimular os alunos a uma aprendizagem significativa, ou seja, conseguir a aprendizagem ideal sem mecanicismos ou teoricismos e, com isso, então, poderia estimular a criatividade dos estudantes no estabelecimento de problemas, como considerado por Malaspina (2016).

Nossas reflexões nos mostram a importância de se trabalhar a resolução de problemas contendo diferentes situações, o conhecimento dos autores pelos docentes pode promover melhorias no planejamento pedagógico, na observação das soluções dos alunos e nas intervenções propostas para o desenvolvimento do conhecimento matemático em sala de aula.

Referências

BARRIGA, Frida Díaz; HERNÁNDEZ, Gerardo. *Estratégias docentes para un aprendizaje significativo*: una interpretación constructivista. México; Editorial Mc Graw Hill, 1999.

BROUSSEAU Guy. Educación y Didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, México, v. 12, n. 1, p. 5-38, abr.1999

COSTA, Carolina. Operações irmãs: teoria do campo aditivo estimula o aluno a pensar na complexidade da adição e da subtração e a entendê-las como operações complementares. *Revista Nova escola*, São Paulo, n. 202, maio. 2007.

COUNTRYMAN, Joan. *Writing to learn Mathematics:* strategies that work. Portsmouth: Heinemann, 1992.

DANTE, Luiz Roberto*. Didática da resolução de problemas de Matemática.* São Paulo: Atlas, 2003.

FAVERO, Maria Helena; NEVES, Regina da Silva Pina. A divisão e os racionais: revisão bibliográfica e análise**.** *Zetètike*, Campinas, v. 20, n. 37, p. 35-72, jan./jun. 2012.

HERNÁNDEZ, Gerardo. *Paradigmas en psicología de la educación*. México: Editorial Paidós Educador Mexicana, 2006.

MALASPINA, Uldarico. Estímulo del pensamiento matemático: una experiencia didáctica con profesores, usando un acertijo. *UNION – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n. 45, p. 285-293, mar. 2016.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Resolução de problemas no Brasil e no Mundo. In: II SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 2011, Rio Claro. Anais do II SERP: O estado da arte da pesquisa em resolução de problemas na Educação Matemática no Brasil e no mundo, Rio Claro: Unesp, 2011, p. 1-8.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas***.** São Paulo: Interciência, 1995.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas “Estado da Arte” em educação. *Diálogo Educcional*, Curitiba, v. 6, n.19, p.37-50, set./dez. 2006.

SCHOENFELD, Alan H. Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for research in Mathematics Education*, Estados Unidos, v. 20, n. 4, p. 338-355, jul. 1989. DOI: 10.2307/749440.

SILVA, Sandra Regina Firmino da. *Um estudo das estruturas multiplicativas nos Guias de Planejamento e Orientações Didáticas do Programa Ler e Escrever.* 2010. 211f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo.

VASCONCELOS, Clara Maria da Silva de; LOPES, Joaquim Bernardino de Oliveira; COSTA, Nilza Maria Vilhena Nunes da; MARQUES, Luis; CARRASQUINHO, Susana. Estado da arte na resolução de problemas em Educação em Ciência. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias,* Espanha, v. 6, n. 2, p. 235-245, 2007.

VERGNAUD. Gérard. La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didáctique des Mathématiques*, França, v. 10, n. 2.3, p. 133-170, 1991.