

## Un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) codisciplinar para estudiar Matemática y Microeconomía en carreras de Ciencias Empresariales

**Resumen:** Este trabajo presenta el diseño y análisis a priori de un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) codisciplinar en Matemática y Microeconomía para la Universidad. Se adopta el referencial teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y los constructos teóricos REI, Modelo Praxeológico de Referencia (MPR). El desarrollo del MPR incluye un análisis de los saberes de Matemática y Microeconomía que potencialmente podrían estudiarse con el REI dado que el mismo ha sido diseñado para implementarlo en simultáneo con estudiantes que cursan Análisis Matemático (AM) y Microeconomía. El análisis del MPR realizado en este trabajo permite dar cuenta del potencial del REI y la viabilidad para llevar a cabo las implementaciones de este.

**Palabras clave:** Recorridos de Estudio Investigación. Modelo Praxeológico de Referencia. Enseñanza de la Matemática. Enseñanza de la Microeconomía.

### A codisciplinary Study and Research Path (SRP) to study Mathematics and Microeconomics in Business Sciences programs

**Abstract:** Research Path (SRP) in mathematics and microeconomics for the University. The theoretical framework of the Anthropological Theory of Didactics (ATD) and the theoretical constructs SRP, Praxeological Model of Reference (PMR), and the Herbartian scheme are adopted. The development of the PMR includes an analysis of the knowledge of mathematics and microeconomics that could potentially be studied with the SRP since it has been designed to be implemented simultaneously with students taking Mathematical Analysis (MA) and Microeconomics. The analysis of the PMR carried out in this work allows for understanding the potential of the SRP and the feasibility to carry out its implementations.

**Keywords:** Study and Research Paths. Praxeological Model of Reference. Mathematics Education. Teaching Microeconomics.

### Un Percorso de Estudo e Pesquisa (PEP) codisciplinar para estudar Matemática e Microeconomia em cursos de Ciências Empresariais

**Resumo:** Este trabalho apresenta o design e análise a priori de um Percorso de Estudo e Pesquisa (PEP) codisciplinar em Matemática e microeconomia para a Universidade. Adota-se o referencial teórico da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e os construtos teóricos PEP, Modelo Praxeológico de Referência (MPR) e o esquema herbartiano. O desenvolvimento do MPR inclui uma análise dos saberes de Matemática e microeconomia que potencialmente poderiam ser estudados com o PEP, dado que ele foi desenhado para ser implementado simultaneamente com estudantes que cursam Análise Matemática (AM) e Microeconomia. A análise do MPR realizada neste trabalho permite dar conta do potencial do PEP e a viabilidade para realizar as implementações deste.

**Palavras-chave:** Percursos de Estudo e Pesquisa. Modelo Praxeológico de Referência. Ensino de Matemática. Ensino de Microeconomia.

**Clara Messano Divenuto**


Universidad Católica del Uruguay  
Montevideo, Uruguay

 0009-0007-0789-2274

✉ clara.messano@ucu.edu.uy

**Viviana Carolina Llanos**

Universidad Nacional del Centro de la  
Provincia de Buenos Aires  
Tandil, Buenos Aires — Argentina

 0000-0003-0433-2654

✉ vcllanos@niecvt.exa.unicen.edu.ar

**Luis Miguel Silveira**

Universidad Católica del Uruguay  
Ciudad de la Costa, Canelones —  
Uruguay

 0000-0001-9506-256X

✉ luis.silveira@ucu.edu.uy

Recibido • 22/02/2024

Aceptado • 08/04/2024

Publicado • 01/08/2024

Artículo

## 1 Introducción

Durante la última década, han surgido desafíos en materia de educación universitaria, que se relacionan con la transformación de la estructura curricular tradicional en pos de garantizar la inserción profesional de los egresados en el mundo del trabajo. Específicamente, en la Universidad en Uruguay, en una Facultad de Ciencias Empresariales la estructura de la formación de futuros profesionales de la empresa, se organiza en torno a un ciclo común a todas las carreras, que contiene materias de Ciencias Empresariales y además Análisis Matemático I y Análisis Matemático II (en adelante AMI y AMII, respectivamente) como base de su formación profesional. El mayor problema en la formación de los estudiantes de la facultad se identifica en la enseñanza de la Matemática (AMI y AMII), se reconocen problemas tales como: reprobación y abandono de gran cantidad de estudiantes, la no profundización en el estudio de saberes de estas asignaturas con el objetivo de volverlas más sencillas, y hasta un recorte de los saberes a evaluar. Esto puede deberse a las formas en las que habitualmente se enseña esta disciplina, la falta de vinculación con otras materias del ciclo común y hasta con el problema de ¿por qué y para qué debo saber Matemática para ser un profesional de empresas?

La educación universitaria a menudo sigue un enfoque convencional que carece de contexto y se limita a la enseñanza de una Matemática que no resulta útil a la formación de los profesionales (Chevallard, 2017). Si nos circunscribimos a los cursos de Matemática universitaria, por ejemplo, en carreras de empresa, es habitual que se enseñen los contenidos del programa y luego se planteen ejercicios de aplicación a la Microeconomía que involucran por ejemplo oferta y demanda, sin ingresar en un estudio en profundidad de estos saberes, que sin dudas son también útiles a la formación de los profesionales de las empresas como la Matemática misma. Es decir, el estudio de la Matemática se remite a las definiciones matemáticas y posteriormente a lo sumo, la aplicación de alguna fórmula en algún ejemplo que incluya un entorno económico. A este fenómeno de la ausencia del cuestionamiento del saber, en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) se lo denomina monumentalización de los saberes (Chevallard, 2004; Chevallard y Strømskag, 2022). Una respuesta de la TAD a este fenómeno son los Recorridos de Estudio y de Investigación (REI).

Esta investigación diseña, desarrolla y analiza un REI para estudiar tanto en cursos de Matemática (AMI y AMII), como de Microeconomía; cursos que corresponden al primer año del ciclo común de la Universidad. Metafóricamente, podríamos contextualizar que en general, los cursos de Matemática en la universidad resultan una isla en el ciclo común de las carreras, la valoración que se tiene de estos cursos puede visualizarse como otra arista problemática, que se relaciona con el problema utilidad de este saber (Chevallard, 2017). En consecuencia, esta investigación se propone como una alternativa a la realidad mencionada, dado que hemos diseñado un REI codisciplinar a la Matemática y la Microeconomía, que ha sido testeado producto de la implementación en cursos de AMI y AMII y de Microeconomía en simultáneo; donde el investigador es el profesor de los cursos de AMI y AMII y observador no participante en el curso de Microeconomía, donde el REI es gestionado por el profesor de economía, que acepta *probar* qué ocurre si se estudia en su cátedra con el REI. La implementación del REI ha servido como experiencia piloto con motivo de conocer la pertinencia de este.

Se reconocen varias investigaciones que han desarrollado REI codisciplinares, y mencionamos aquí algunas por la proximidad con la temática de esta investigación. Específicamente, Costa, Arlego y Otero (2014) diseñaron e implementaron un REI codisciplinar a la Física en un curso habitual de Matemática de una facultad de Ingeniería, relativo a la construcción de edificaciones sustentables. Markulin, Bosch y Florensa (2021) presentan una fase preliminar de evaluación de un recorrido de estudio e investigación (REI)

diseñado para la estadística, a nivel universitario, en cursos de segundo año en la carrera de administración y dirección de empresas. Este estudio se enmarca en la Teoría Antropológica de lo Didáctico y tiene como propósito abordar el desafío de incorporar los REI en la enseñanza universitaria, centrándose específicamente en el contexto de la estadística. El REI experimentado es descrito y evaluado a través de observaciones realizadas durante la experimentación y mediante entrevistas semiestructuradas llevadas a cabo con los estudiantes del curso. Los resultados proporcionan nuevos criterios que pueden aplicarse en el diseño y gestión tanto de los REI como de la asignatura en la que se implementan.

Otra, desarrollada por Otero *et al.* (2016) relativa a la pregunta generatriz ¿Por qué se cayó la Piedra Movediza de Tandil?, que también se implementa en la universidad y donde los profesores de Matemática en formación deben estudiar en un pie de igualdad matemática y física en un curso de Didáctica de la Matemática. El REI fue analizado considerando tres instancias: la de los investigadores, la de los estudiantes en formación, de que estudian profesorado en Matemática en la Universidad, estudiantes de la escuela secundaria. En dicha investigación se analizó el desarrollo y alcance del REI en cada grupo, identificando las obras de Matemática y Física que potencialmente fue posible reconstruir en cada contexto. De la investigación se desprende que la enseñanza por cuestionamiento para estudiar con un REI codisciplinar fue posible en cada contexto, aunque con alcances distintos, identificando también que con los estudiantes en formación en la Universidad el principal problema no fue estudiar otra disciplina, sino como tratar los modelos matemáticos para los cuales consideraban ser especialistas.

Muy vinculados a la investigación, destacamos los REI en Matemática y Microeconomía, desarrollados por Parra y Otero (2017) y por Salgado y Otero (2020). El primer estudio propone y describe una metodología de análisis basada en la formulación de un conjunto de indicadores didáctico-matemáticos de las “dialécticas” para describir el funcionamiento de un REI codisciplinar en cursos regulares de la escuela secundaria. La pregunta de este REI es relativa al equilibrio del mercado en un modelo microeconómico de oferta y demanda. Los resultados ponen en evidencia que solo fue posible hacer funcionar algunas dialécticas, lo que permite interpretar que el REI no puede funcionar plenamente en un aula regular. El segundo trabajo presenta resultados de dos implementaciones de un REI que parte también de una pregunta referida a la Matemática y a la Economía, pero en cursos de la Universidad con estudiantes de Matemática, que optan entre las carreras Licenciatura en Economía, Licenciatura en Administración de Empresas y Contador público. También se evalúa el funcionamiento del REI con base en las dialécticas. Del análisis los investigadores reconocen restricciones que afectan al funcionamiento del REI en un sentido pleno, y en consecuencia del de las dialécticas, a la vez que señalan algunas condiciones para el paso hacia una enseñanza basada en cuestionamiento en cursos de Matemática para carreras de Economía en la Universidad.

Una diferencia notable respecto de estas investigaciones, y en lo que radicaría la originalidad del trabajo que se propone en el marco de esta investigación, es que el REI que planteamos se implementa en simultáneo tanto en cursos regulares de AMI y AMII y en un curso de Microeconomía, donde la gestión del REI se realiza por un profesor de Matemática en los cursos de AMI y AMII y por un Economista en la cátedra de Microeconomía con el mismo grupo de estudiantes de primer año, en el ámbito de una facultad de Ciencias Empresariales. Además, la necesidad de estudiar ambas disciplinas, y la especificidad y nivel de profundización de los saberes, queda garantizada por el hecho de que los profesores son especialistas en ambos casos, de las cátedras donde se estudia con el REI.

Concretamente, el REI se implementa en cursos de AMI y AMII donde el profesor es el

investigador, quien además asiste en calidad de observador no participante al curso de Microeconomía, a cargo del profesor de dicha cátedra, en 5 cursos de AMI y Microeconomía y en 2 de AMII correlativos. Los estudiantes de AMII, ya cursaron AMI, y son aquellos que optan por la carrera de Contador Público, los demás cursan solamente AMI.

Nos proponemos en este trabajo presentar el diseño y análisis preliminar del REI que inicia con la pregunta  $Q_0$ : ¿Cómo maximizar la utilidad de una empresa en un cierto tipo de mercado? El análisis incluye algunas posibles preguntas derivadas de  $Q_0$  y el análisis de posibles Organizaciones Matemáticas (OM) y de Microeconomía (OE) que sería posible reencontrar con el REI, lo que determinaría el alcance de este para estudiar Matemática y Microeconomía en el ciclo básico de la universidad en carreras de empresas. Nos proponemos en este trabajo responder las preguntas de la investigación ¿cuál sería un posible Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) del REI, relativo a la Matemática y a la Microeconomía? y ¿cuál es el alcance del REI, según las OM y OE que potencialmente permitiría reencontrar?

Este artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 1, se describe cómo es la enseñanza de la Matemática en los cursos de Análisis Matemático I y II en la Facultad de Ciencias Empresariales, y, específicamente la falta de vinculación entre estos y el curso de Microeconomía, para estudiantes de primer año de una universidad. Se define el objeto de estudio de esta investigación que es el diseño, desarrollo y análisis del REI codisciplinar a la Matemática y Microeconomía. También se revisa la literatura relevante acerca del tema. En la sección 2, se describe el referencial teórico que sustenta la investigación. La sección 3 describe las características del estudio, seguido del análisis del REI, específicamente del MPR de este, en la sección 4. Por último, la discusión de los alcances y limitaciones del REI, se presenta en la sección 5, seguidamente las conclusiones en la sección 6.

## 2 Marco teórico

La investigación adopta el referencial teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Yves Chevallard (1999, 2009, 2013, 2022). Esta teoría tiene sus cimientos en otra también desarrollada por el mismo autor, reconocida como la Teoría de la Transposición Didáctica (TTD) (Chevallard, 1985), que aporta a los didactas un instrumento de emancipación epistemológica e institucional (Otero, 2021) a partir de la cual se produce una doble ruptura con el saber académico, por un lado, y por otro, con el saber a enseñar y el enseñado. Esta teoría instala un cambio en los problemas y en la unidad de análisis de la Didáctica, y sitúa el problema de la difusión (o la no-difusión) de los saberes en cualquier institución de enseñanza (Chevallard, 2007). Mas tarde, con la noción de *praxeología* (Chevallard, 1999) se da respuesta a interpretaciones inapropiadas sobre la noción de saber sabio, y se establece que el saber de referencia, designa tanto a las prácticas sociales como al discurso más o menos articulado sobre ellas. Los problemas en el ámbito de la didáctica no se agotan con la noción de praxeología, motivo por el cual, en sus desarrollos más recientes, la TAD proporciona también otros instrumentos para cuestionar los saberes escolares, para interrogarse sobre su legitimidad (Chevallard, 2007), su utilidad, la razón de ser de eso que es susceptible de volverse objeto de enseñanza.

Actualmente se cuenta con desarrollos teóricos que plantean y ponen las bases para la emergencia de un *nuevo* paradigma (Chevallard, 2013) que reemplace al vigente que es el paradigma monumental (o de la visita de las obras), y que metafóricamente caracteriza a la enseñanza habitual como a un turista que visita un monumento con la guía de un experto. Para explicar el funcionamiento de este paradigma en el aula, el conocimiento es presentado por el profesor, este *lo muestra*, lo exhibe e invita a los estudiantes a disfrutarlo como si fuera un

espectáculo, una obra, así estos no sepan los motivos de la visita, ni la razón de ser de los conceptos. El nuevo paradigma desarrollado en el marco de la TAD (Chevallard, 2013, 2022) que vendría a reemplazar al vigente, es el Paradigma de la Investigación y el Cuestionamiento del Mundo, que sienta las bases y la importancia de una enseñanza basada en el cuestionamiento y el estudio; y el dispositivo didáctico desarrollado por Chevallard para introducir esta pedagogía en una institución escolar son los Recorridos de Estudio y de Investigación (Chevallard, 2009).

En un REI, los estudiantes  $X$  realizan investigaciones y estudian una pregunta  $Q_0$  bajo la supervisión de un profesor y o de un grupo de profesores  $Y$ , con el propósito de proporcionar una respuesta  $R^\heartsuit$  a la pregunta  $Q_0$ . El exponente en  $R$  indica que la respuesta a la pregunta  $Q_0$  ha sido generada bajo ciertas restricciones y que funciona como una respuesta válida para la pregunta  $Q_0$  dentro de esas restricciones, ya que no existe una respuesta universalmente aplicable ni universalmente efectiva. El sistema educativo  $S$  requiere de herramientas, recursos y obras, es decir, necesita crear un entorno educativo  $M$ , para producir la respuesta  $R^\heartsuit$  (Chevallard, 2009). Se define así, el esquema herbartiano:  $[S(X;Y;Q_0) \Rightarrow M] \Rightarrow R^\heartsuit$

donde el sistema didáctico crea y organiza  $\Rightarrow$  el medio  $M$  a partir de cual se producirá  $\Rightarrow$  una respuesta  $R^\heartsuit$ . El medio  $M$  incluye las preguntas generadas a partir de  $Q_0$  y las respuestas preconstruidas aceptadas por la cultura escolar, representadas como  $R$  rombo para  $i= 1, \dots, n$ . Estas respuestas preconstruidas pueden incluir elementos como libros, recursos en línea, el enfoque de un profesor, que en el caso de esta investigación, podríamos incluir entre otros todo lo que tanto el profesor de Microeconomía como la profesora de AM y lo que los estudiantes encontraron en internet, en los libros de las cátedras u otra información que consideraron y formó parte del medio; como por ejemplo la consulta a inmobiliarias acerca del funcionamiento del arrendamiento de apartamentos, que es el tema bajo el cual se inicia el cuestionamiento a partir de la pregunta generatriz que plantea en el REI. Las preguntas generadas a partir de  $Q_0$ , se anotan  $Q_j$  donde  $j=n+1, \dots, m$ , además, el medio  $M$  también incorpora entidades  $O_l$  donde  $l=m+1, \dots, p$ , que son obras (teorías, experimentos prácticos, praxeologías, etc.), que se consideran potencialmente útiles para elaborar las respuestas  $R^\diamond$  y obtener de ellas algo utilizable para generar la respuesta  $R^\heartsuit$ . En el marco teórico de la TAD, el medio  $M$  se describe de la siguiente manera:

$$M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\} \text{ (Chevallard, 2013)}$$

Un REI se formaliza mediante lo que Chevallard denomina esquema herbartiano:

$$[S(X;Y;Q_0) \Rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}] \Rightarrow R^\heartsuit$$

Chevallard y Strømskag (2022) introducen una nueva variable en el sistema herbartiano mencionado, que es el tiempo de estudio, plantean una parametrización del mismo, por el tiempo de estudio  $t$ , de modo que tendremos:  $[S(X;Y;Q_i) \Rightarrow M_t] \Rightarrow R_t^\heartsuit$ . Esto implica que, durante la misma clase, esta podrá estudiar (parcialmente) dos o incluso tres preguntas, cuyo estudio avanza de manera desigual; la decisión depende de  $y$  o  $Y$ .

El diseño de un REI, requiere un análisis previo y en profundidad de las posibilidades de un estudio para ingresar a una institución. En tal sentido, es fundamental un análisis praxeológico que permita determinar el alcance de la pregunta generatriz y las demás derivadas, que son las que orientan el estudio y la investigación por el REI. El constructo teórico desarrollado por Chevallard (2012) para realizar tal análisis es el Modelo Praxeológico de Referencia (MPR). El MPR “permite al investigador tomar distancia y ejecutar el principio de la doble ruptura con el saber sabio y con el saber escolar, para proponer explícitamente modelos



alternativos para el conocimiento a enseñar” (Otero, 2021, p. 71). El análisis que se realiza en el MPR se corresponde con un análisis abierto a las necesidades de un estudio, y provisorio por las condiciones bajo las cuales dicho estudio se realiza. Básicamente incluye la identificación de las praxeologías que potencialmente el estudio de  $Q$  hará o podría hacer encontrar o reencontrar, y bajo qué forma.

El desarrollo de un REI representa entonces un cambio significativo en comparación con la pedagogía monumentalista, puesto que transforma la relación entre el profesor, los estudiantes y el conocimiento, así como la forma en que se organiza el estudio que es con base en el cuestionamiento, y el papel de los participantes en el sistema educativo dentro del aula.

### 3 Metodología

Se trata de un estudio de tipo cualitativo y descriptivo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Analizar los alcances del REI implica considerar las potenciales posibilidades para el estudio con el REI y los cambios necesarios respecto de la enseñanza habitual para la puesta en aula. La introducción de la enseñanza basada en el cuestionamiento, que es la base del Paradigma de la Investigación y del Cuestionamiento del Mundo, es posible por la aplicación de un REI, en este caso codisciplinar en cursos de Matemática (AMI y AMII) y Microeconomía en simultáneo.

Los cursos de AMI están organizados en torno al estudio de modelos lineales, modelos cuadráticos, función racional, introducción al cálculo de límites, modelos exponenciales y funciones logarítmicas. Los mismos estudiantes tienen en el segundo semestre una continuidad con el curso AMII que incluye dos bloques: derivadas e integrales. El curso Microeconomía, tiene cuatro grandes bloques: Teoría del consumidor, Teoría de la firma, Mercados y Tópicos de Microeconomía.

A partir de la definición del esquema herbartiano y específicamente las componentes del *medio* didáctico  $M$ , Chevallard (2013), buscamos identificar las características de este, y realizar una descripción del alcance del REI que permita una cobertura del ciclo básico de Matemática y Microeconomía para las carreras de empresas en la Universidad en Uruguay.

En este trabajo, identificamos las principales referencias que se incluirían y que se corresponden con las  $R^\phi$ , las preguntas derivadas de  $Q_0$  que potencialmente permitirían definir el recorrido por los temas de Matemática y Microeconomía y principalmente los modelos de economía que generarían una oportunidad de estudiar una Matemática basada en el cuestionamiento y en el estudio de los temas de economía que son de interés para los estudiantes que eligen carreras vinculadas a la empresa. Así mismo la identificación de las OM y las OE que se podrían reconstruir como parte del estudio no están determinadas sino por el alcance y la profundidad que se les pueda otorgar con la implementación del REI. La última componente del medio  $M$ , los datos son consecuencia de las implementaciones realizadas, por lo tanto, no las podremos definir aquí dado que nos encontramos en la descripción de la fase preliminar del REI.

Es importante remarcar que se implementó el REI como una experiencia piloto, en cursos AMI, AMII y Microeconomía solo a modo de conocer la pertinencia del REI y realizar los ajustes que permiten redefinir las preguntas que son las que orientan el estudio y la investigación en los tres cursos, y además identificar si las OM y OE que se espera reencontrar aparecen y bajo qué forma. Esto permitió mejorar el diseño y analizar otras potencialidades del REI que se incluyen en el análisis del MPR a continuación, así como la incorporación de OMs y OEs que no se habían considerado en la primera etapa del diseño.

#### 4 El REI y el MPR del REI

La pregunta generatriz, que motiva esta investigación es  $Q_0$ : *¿Cómo maximizar la utilidad de una empresa en un cierto tipo de mercado?* Se trata de una pregunta para la cual no existe una respuesta previamente elaborada, sino que la  $R^\heartsuit$  será el resultado del estudio. Se pretende llevar a cabo un estudio basado en preguntas en cursos de primer año de la Universidad en Matemática y Microeconomía en una Facultad de Ciencias Empresariales. Por una cuestión de viabilidad, se decide elegir un tipo de mercado, que debe garantizar la ecología del REI en el contexto, y además, una cobertura por el programa de las asignaturas. El mercado elegido es el mercado inmobiliario, dado que es la propuesta de una de las referencias en el curso de Microeconomía, Microeconomía Intermedia de Hall Varian, y además es una problemática local de los estudiantes que buscan oportunidades de renta cuando estudian en la Universidad y alquilan un apartamento en la cercanía de esta.

El análisis a priori del REI que se concreta en la descripción del MPR incluye un conjunto de potenciales preguntas derivadas de  $Q_0$ , las OM y OE que pueden estudiarse en la universidad, de manera codisciplinar en los cursos de AMI y AMII y Microeconomía, y las relaciones entre las obras de ambas disciplinas. En la Figura 1, se puede apreciar una parte del MPR, donde se visualizan las OM y OE vinculadas a las primeras preguntas derivadas de  $Q_0$ . Estas últimas son relativas a saberes económicos, empresa, utilidad, y mercado, comenzando con  $Q_1$ : *¿Cuáles tipos de empresas existe?*,  $Q_2$ : *¿Cómo se define la utilidad de una empresa?*, y  $Q_3$ : *¿Cuáles tipos de organizaciones de mercados existe?*

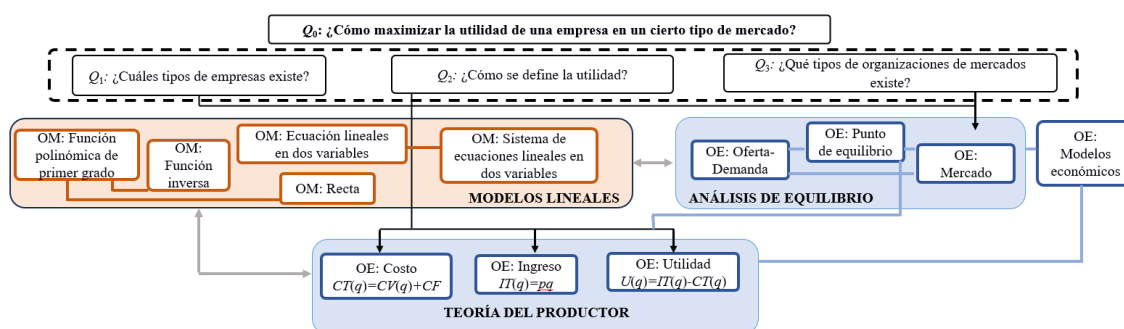


Figura 1: Preguntas derivadas  $Q_1, Q_2, Q_3$ , OM y OE (Elaboración Propia)

Para los estudiantes de Microeconomía donde se realizó la implementación piloto y se llevarán a cabo las sucesivas implementaciones del REI, la referencia es el libro Microeconomía Intermedia. En tal sentido, el estudio de  $Q_1$  lleva a definir una empresa y sus características. Además, vinculado al estudio de las empresas en Microeconomía, es esencial comprender los objetivos en cada caso, y en general los economistas asumen que el objetivo principal de una empresa es maximizar sus ganancias (utilidad de la empresa). De aquí surge la pregunta derivada  $Q_2$ , conduciendo así, al estudio de la utilidad de la empresa, que se calcula restando los costos totales de los ingresos totales.

El estudio de la utilidad de la empresa requiere considerar a las funciones de costo total e ingreso total. El costo total de una empresa es la suma de sus costos variables y sus costos fijos y podemos expresar como:  $CT(q) = CV(q) + CF$ , en donde  $q$  representa la cantidad producida. Los costos fijos son aquellos costos que se realizan para proveer y mantener la capacidad de producción y venta de la empresa y no están en función de la cantidad producida, resultan constantes dentro de un margen determinado de volúmenes de producción. Los costos variables son aquellos que dependen del volumen total de producción y venta de artículos y se realizan debido a la actividad de la empresa. Estos modelos y el análisis de los mismos requieren de las OM funciones polinómicas de primer grado, rectas, ecuaciones lineales en dos variables,

funciones inversas y los sistemas de ecuaciones lineales en dos variables, que contribuyen a definir el modelo función de costo total más sencillo, el lineal. Si  $q$  es la cantidad producida y  $CT(q)$  el costo total de dicha producción entonces:  $CT(q) = aq + b$ , donde  $a$  es el costo unitario y  $b$  los costos fijos. El ingreso total de una empresa es lo que recibe, en términos de dinero, por la venta de sus productos. Es el producto del precio de venta del bien producido y la cantidad vendida. Una función de ingreso total puede expresarse como:  $IT(q) = p \cdot q$  en donde  $q$  representa la cantidad vendida y  $p$  el precio de venta, nuevamente estamos frente a un modelo lineal. Y finalmente, la función de utilidad total de una empresa es la diferencia obtenida al descontar a los ingresos totales, los costos totales. También se mencionará como beneficio o ganancia total. Entonces, puede expresarse que  $UT(q) = IT(q) - CT(q)$  en donde  $q$  representa la cantidad producida y vendida.

Es muy importante estudiar la OE Modelos económicos, puesto que un modelo económico es esencialmente un marco teórico, y no existe una razón inherente por la cual deba ser necesariamente matemático. Sin embargo, cuando el modelo adopta una forma matemática, generalmente consiste en un conjunto de ecuaciones diseñadas para describir su estructura. Estas ecuaciones proporcionan una representación matemática de las suposiciones analíticas adoptadas, al relacionar varias variables de ciertas maneras. Al aplicar operaciones matemáticas a estas ecuaciones, es posible derivar un conjunto de conclusiones que se deduzcan lógicamente de esas suposiciones (Chiang y Wainwright, 2006). Con base a este saber, podemos visualizar en la Figura 1, las cuatro OM mencionadas, dentro de Modelo lineal, que es uno de los tópicos del programa de AMI.

En forma esquemática, el estudio de  $Q_3$ , conduce a clasificar los diferentes tipos de mercados en: cliente, competencia, producto o área geográfica. Estas cuatro categorías, determinan, generalmente, el segmento del mercado al cual se debe apuntar la empresa. Entonces, es muy importante saber en qué afecta la clasificación del mercado a la empresa que se plantee. El arrendamiento de inmuebles generalmente se clasifica en el sector de servicios y, más específicamente, en el sector inmobiliario. Este mercado de inmuebles implica el alquiler de propiedades, ya sean residenciales, comerciales o industriales, y es una parte fundamental de la industria inmobiliaria. El estudio de la OE Mercado, genera entre otras, la necesidad del cuestionamiento de  $Q_4$  y  $Q_5$ , entonces presentamos en la Figura 2, la sección del MPR correspondiente a este apartado.

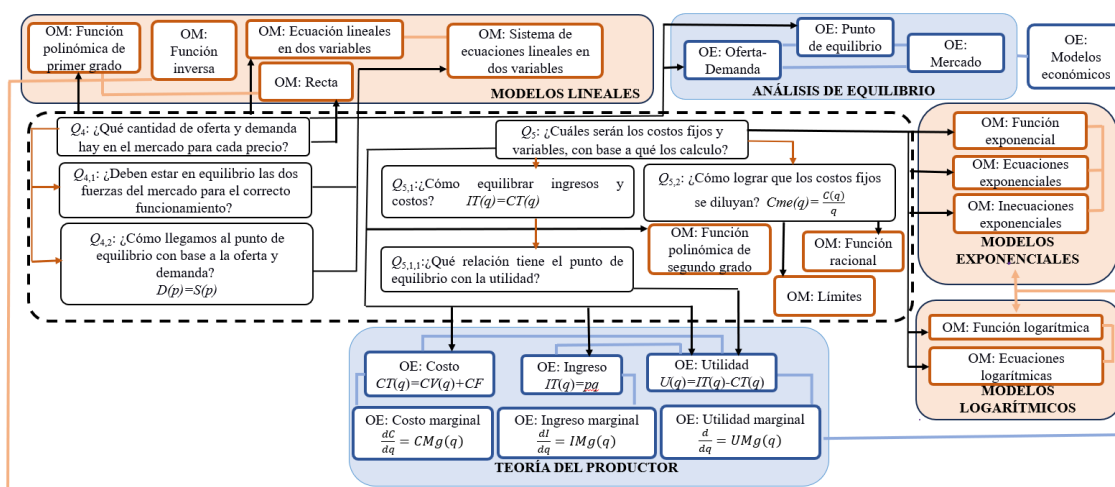


Figura 2: Preguntas derivadas  $Q_4$ ,  $Q_5$ , OM y OE (Elaboración Propia)

El estudio a partir de  $Q_4$ : ¿Qué cantidad de oferta y demanda hay en el mercado? nos lleva a la ley de la oferta y la demanda, que es el principio básico de una economía de mercado



(Mankiw, 2007). Este principio refleja la relación que existe entre la demanda de un producto y la cantidad del mismo, teniendo en cuenta el precio al que se vende el producto. Así, según el precio que haya en el mercado de un bien, los oferentes (los que venden) están dispuestos a fabricar un número determinado de ese bien. Al igual que los demandantes (los que compran) están dispuestos a comprar un número determinado de ese bien, dependiendo del precio. Según esta teoría, la ley de la demanda establece que, manteniéndose todo lo demás constante, la cantidad demandada de un bien disminuye cuando el precio de ese bien aumenta. Por el otro lado, la ley de la oferta indica que, manteniéndose todo lo demás constante, la cantidad ofrecida de un bien aumenta cuando lo hace su precio. Así, la curva de la oferta y la curva de la demanda muestran cómo varía la cantidad ofrecida o demandada, respectivamente, según varía el precio de ese bien. La función de demanda relaciona precio y cantidad, si nos manejamos con los bienes comunes, a mayor precio de venta habrá menor demanda (Varian, 2011).

El modelo más sencillo de una función de demanda es el modelo lineal: la caída de la demanda es constante en función del precio. Nuevamente aparece la OM función de primer grado, entonces la función de demanda es de la forma:  $D(p) = a + bp$ , donde  $a > 0$  y  $b < 0$ , cuya representación gráfica es una recta de pendiente negativa. La función demanda tendrá sentido para valores de  $p$  positivos y menores que  $-\frac{a}{b}$ , pues es la raíz de la función, caso contrario, no existe la demanda, y la máxima cantidad demandada será  $a$  que es la ordenada en el origen de la función ( $D(0)=a$ ). Para el caso de la función oferta  $S(p) = c + dp$ ,  $c < 0$  y  $d > 0$ , también el modelo más sencillo es el modelo lineal. El aumento de la oferta es constante en función del precio. Su representación gráfica es una recta, la función tendrá sentido para valores de  $p$  mayores que  $-\frac{c}{d}$  que es la raíz de la función, pues para precios menores, la oferta tomaría valores negativos.

Las condiciones que se han mencionado, acerca del comportamiento de la oferta y demanda de un bien, pueden modelarse a través de funciones de primer grado. Además, en vez de considerar a las funciones mencionadas con variable independiente precio, podrían expresarse en función de la cantidad, dando lugar así al estudio de la OM Función inversa, y todos los modelos, corresponden a las OM lineales a estudiar en el curso de AMI. Así mismo, al estudiar en forma conjunta las funciones oferta y demanda y analizar sus relaciones, surge la pregunta  $Q_{4,1}$ : ¿Deben estar en equilibrio las dos fuerzas del mercado para el correcto funcionamiento de este? Este estudio, lleva a la OE Punto de equilibrio, que se da cuando los demandantes están dispuestos a comprar las mismas unidades que los oferentes quieren fabricar, por el mismo precio (Varian, 2011). Encontrar este punto genera  $Q_{4,2}$ : ¿Cómo llegamos al punto de equilibrio con base a la oferta y demanda? Aquí se requiere del estudio de las OM Función polinómica de primer grado, ecuaciones lineales en dos variables, sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, puesto que, el precio de equilibrio de un bien es aquel al que su oferta es igual a su demanda. Si  $D(p)$  es la curva de demanda del mercado y  $S(p)$  la de oferta, el precio de equilibrio es  $p^*$ , que es la solución de la ecuación  $D(p) = S(p)$ .

Las curvas de demanda y de oferta representan las elecciones óptimas de los agentes implicados, y el hecho de que estas coincidan al precio  $p^*$  indica que las conductas de los demandantes y los oferentes son compatibles. A cualquier precio distinto de aquel al que la demanda es igual a la oferta, no se satisfacen estas dos condiciones. En síntesis,  $Q_4$  aborda diferentes OM y OE. Es esencial el saber que involucra a las funciones del mercado, oferta y demanda, su comportamiento e interpretación económica, cuyo sostén matemático involucra a las funciones polinómicas de primer grado, pendiente de una recta, sistemas de ecuaciones, entre otras. Estos saberes se encuentran en los tópicos Modelos lineales y Análisis de equilibrio del mercado respectivamente, que son tópicos centrales de los cursos de AMI y de

## Microeconomía.

Las OE costo, ingreso, utilidad (o beneficio) y costo promedio (o medio), surgen como una necesidad fundamental debido a la naturaleza misma de la gestión empresarial y la toma de decisiones financieras, y que dan lugar a  $Q_5$ : ¿Cuáles serán los costos fijos y variables, y con base a qué los calculo? y otras preguntas derivadas de  $Q_5$ , como por ejemplo  $Q_{5,1}$ : ¿Cómo equilibrar ingresos y costos?,  $Q_{5,1,1}$ : ¿Qué relación tiene el punto de equilibrio con el beneficio?,  $Q_{5,2}$ : ¿Cómo lograr que los costos fijos se diluyan? entre otras. Desde el punto de vista matemático, estas preguntas llevan a considerar es estudio de la OM Función polinómica de segundo grado y Función racional. La primera surge en el caso en que el ingreso total no es lineal, esto es, cuando el precio de venta no es fijo, sino que depende de la cantidad demandada y la segunda cuando la empresa pretende diluir sus costos fijos, dando lugar a la OE Costo medio. Estas OE dan lugar al tratamiento matemático de los modelos lineales, cuadráticos, exponenciales y en consecuencia logarítmicos. En un curso de Microeconomía y por cuestiones simplicidad no se va más allá de los modelos cuadráticos, pero en los cursos de AMI es esencial analizar las OE con base en todos los modelos, lo que permite ingresar en un estudio en profundidad de las OM mencionadas, que sí son tópicos centrales de los cursos de Análisis Matemático del ciclo común de la Universidad en Uruguay.

Por último, la tercera etapa del MPR hasta aquí desarrollado, se representa sintéticamente en la Figura 3. Las preguntas  $Q_6$ ,  $Q_7$  y  $Q_8$  se vinculan con los saberes del curso de AMII, y otras OE involucradas a continuación:

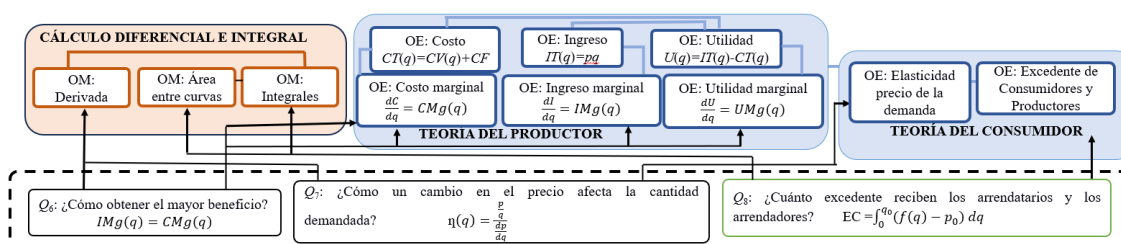


Figura 3: Preguntas derivadas  $Q_6$ ,  $Q_7$ ,  $Q_8$ , OM y OE (Elaboración Propia)

Con la pregunta  $Q_6$ : ¿Cómo obtener el mayor beneficio? Se ingresa en el estudio de la OM función polinómica de segundo grado, que ya se había estudiado en el curso de AMI. Pero con esta pregunta es pertinente ampliar dicho estudio, y analizar qué ocurre si la función de beneficio no es de segundo grado, lo que requiere de OM de mayor alcance al problema. La OM Derivada de una función, es esencial en esta parte del estudio, dado que la optimización de funciones es central para analizar los problemas de maximización y minimización en un contexto económico. Entonces el enfoque principal del estudio se dirigirá hacia la técnica clásica de determinar las posiciones óptimas mediante el uso del cálculo diferencial, es decir la OM Derivada. El estudio incluye derivada primera y segunda de una función, crecimiento y decrecimiento, concavidad, recta tangente a la curva, pendiente de una recta, extremos relativos y absolutos, entre otras y acerca de las OE, mencionaremos las funciones marginales del ingreso, costo y beneficio.

Como ya hemos señalado, la demanda del consumidor de un producto se relaciona con el precio. Por lo general, la demanda disminuye cuando el precio aumenta, pero la sensibilidad de la demanda al cambio en el precio varía de un producto a otro. Algunos productos, como medicinas y servicios de agua o electricidad, los cambios porcentuales pequeños en el precio tienen muy poco efecto en la demanda. Para otros productos, que pueden considerarse prescindibles, como pasajes aéreos o joyas, los cambios porcentuales pequeños en el precio pueden tener un efecto considerable en la demanda. Entonces cómo estudiar la cuestión  $Q_7$ :

¿Cómo un cambio en el precio afecta la cantidad demandada? conduce al estudio de la OE Elasticidad precio de la demanda, y la OM Derivada, puesto que el estudio de sensibilidad de la demanda depende del cociente entre el cambio porcentual en el precio y el cambio porcentual en la cantidad demandada. A diferencia de los productos mencionados antes, el análisis debe incluir al mercado inmobiliario del alquiler de apartamentos para estudiantes, que es de hecho, lo que se analiza en profundidad en el curso de AMII. En Microeconomía interviene un análisis de este y los demás productos del mercado; con el objetivo de analizar con el modelo matemático la clasificación de la elasticidad: elástica, inelástica o unitaria.

Para finalizar, el estudio de  $Q_8$ : ¿Cuánto beneficio reciben los arrendatarios y los arrendadores? será imprescindible estudiar la OE que en economía se denomina: excedentes de los productores (EP) y de los consumidores (EC). En este estudio reaparecen las OE Oferta, Demanda, Punto de equilibrio:

- El excedente del consumidor mide el beneficio que los consumidores obtienen de su participación en el mercado. Está dada por su voluntad de pagar (igual precio de reserva menos lo que realmente paga por adquirir el bien). Una interpretación matemática de este fenómeno se explica considerando el área bajo la curva de demanda y por encima del precio de mercado, que mide el superávit del consumidor, es decir, el beneficio (o bienestar) que los consumidores obtienen de su participación en el mercado (igual valor del bien para los consumidores menos la cantidad pagada).
- El excedente del productor mide el beneficio que el productor obtiene de su participación en el mercado. Está dado por los ingresos que recibe por lo que vende, menos el costo de producción (igual precio de reserva) en el que tuvo que incurrir para producir los bienes. Matemáticamente, se corresponde con el área entre la curva de oferta y el precio de mercado que mide el excedente del productor (igual cantidad recibida por el productor menos el costo de producción).

En el caso que las funciones involucradas sean lineales, el cálculo de los excedentes se reduce al cálculo de áreas de triángulos, como puede advertirse en la Figura 4.

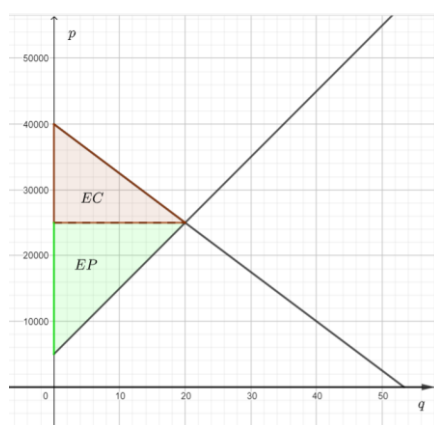


Figura 4: EP y EC en un modelo lineal. (Elaboración Propia)

Se propone aquí un análisis que incluye funciones polinómicas de primer grado, porque son las que se corresponden con el mercado inmobiliario, lo que da lugar a otras preguntas ¿qué ocurre si las funciones de demanda y oferta no son de primer grado? ¿cómo calcular las áreas referidas?

Cómo hemos mencionado, la OE excedentes de los consumidores y productores se define a través de la OM Área entre curvas, esto requiere ingresar en un estudio en profundidad

de la OM Integrales. Específicamente para vincular este estudio, sería importante recuperar los modelos analizados antes, y calcular las áreas bajo la curva de las funciones racionales, exponenciales, logarítmicas, de segundo grado etc.; y en cualquiera de estos casos no alcanzaría con saber calcular áreas de triángulos.

Las OM fundamentales en esta parte del estudio refieren al tópicico Cálculo diferencial e Integral, fundamental en los cursos de AMII, y las OE involucradas se encuentran en los tópicicos Teoría del consumidor y Teoría del productor también centrales en Microeconomía.

## 5 Discusión

Hemos presentado aquí un posible MPR del REI diseñado, para introducir un cambio radical en la Universidad en Uruguay, con el objetivo de comenzar a generar cambios en cursos de AM que es uno de los mayores problemas vinculados con los “fracasos” en los primeros años de facultad, que en general se atribuyen a los estudiantes sin considerar que tendrían más injerencia en quienes piensan la organización de las cátedras, las formas de acreditación y también los motivos por los cuales los estudiantes receptionan la necesidad de estudiar Matemática en carreras de Ciencias Empresariales, dado que posiblemente no le verían utilidad, razón de ser, o sentido en su formato habitual. Con el diseño del REI se propone estudiar Matemática y Microeconomía en un pie de igualdad, y la Matemática entonces cobra sentido, dado que posibilita interpretar y analizar los diferentes comportamientos de los modelos económicos que sí serían de su interés, por las carreras a las que han optado.

El MPR diseñado, donde se visualizan las OM y OE mencionadas, dan cuenta no solo de la relación para el estudio de ambos temas, sino, del alcance de estas para una cobertura casi completa de los saberes incluidos en los programas. Específicamente el análisis permite confirmar que es posible estudiar todos los temas de los programas de AMI y AMII, y de Microeconomía solo algunos, aunque se dice que la cobertura es *casi completa* porque en este análisis se identifican temas de todos los bloques del programa. En esta posibilidad de pensar el MPR como abierto y dinámico, continuamos analizando acerca de la posibilidad de generar otras preguntas derivadas de  $Q_0$ , con el objetivo de mejorar la cobertura en los temas de Microeconomía.

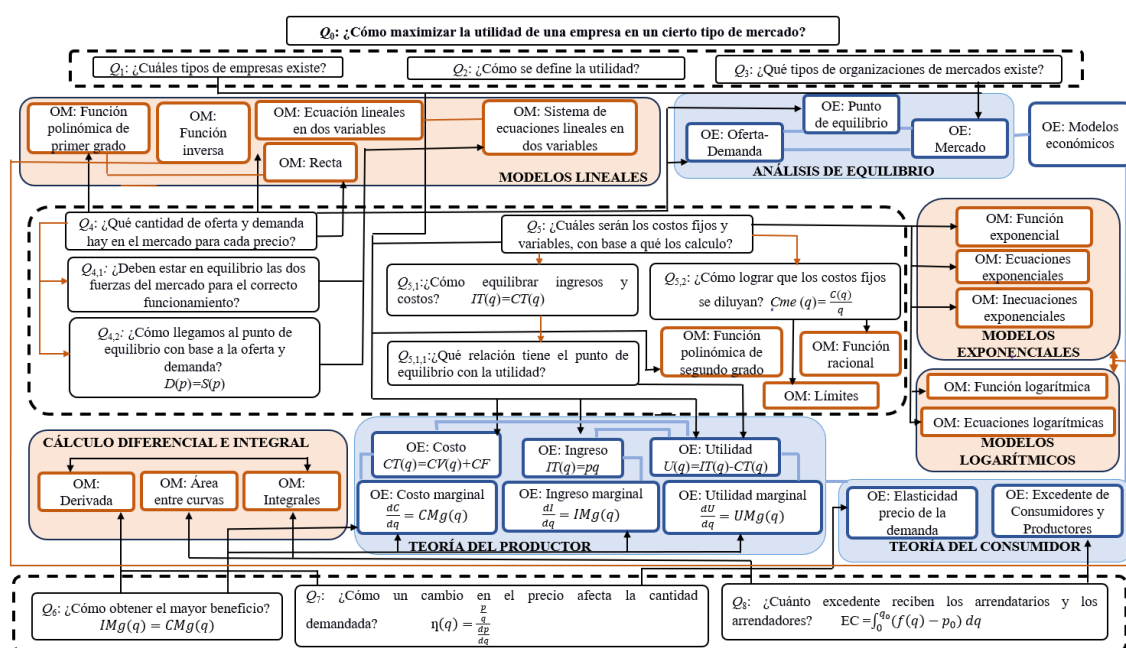


Figura 5: MPR del REI (Elaboración Propia)

En el análisis del MPR que desarrollamos en la sección anterior, hemos establecido las relaciones entre las OM y OE con las preguntas derivadas de  $Q_0$ , entorno al problema del mercado inmobiliario como caso. Inicialmente podríamos establecer una partición de los programas de cada curso, en el caso de AMI mencionamos los modelos matemáticos lineal, cuadrático, exponencial, logarítmico y racional, en AMII los dos grandes bloques de saberes referentes al Cálculo diferencial e integral, y en el caso de Microeconomía, Teoría del consumidor, Teoría del productor y Funcionamiento de los Mercados. Todas estas OM y OE no solo que se encuentran en estrecha relación, sino que surgen de un único problema que es relativo al estudio de mercado de apartamentos. Con el análisis del MPR confirmamos que es posible generar un estudio codisciplinar basado en el cuestionamiento, para que las OM y las OE se reencuentren *juntas* y la profundización de cada una, permita dar respuestas parciales a las  $Q_i$  mencionadas, que son las que podrían orientar el estudio. La ventaja de proporcionar un estudio en paralelo en los cursos de AM y Microeconomía genera que la profundización de los saberes en cada cátedra permita a la otra recuperarlos y utilizarlos como insumos para avanzar en el estudio y generar preguntas que requerirán del estudio de otras obras de los programas de las asignaturas.

Además, tomando como referencia el esquema herbartiano:

$[S(X;Y;Q_0) \Rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}] \Rightarrow R^\heartsuit$  podemos considerar el potencial del REI para introducir una enseñanza basada en la pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo en los cursos de AM y Microeconomía en simultáneo, además de considerar las diferencias de lo que este REI permitiría respecto del planteo habitual. A saber:

- En el planteo habitual el sistema adopta la forma  $S(X,Y,O)$ , es decir no hay cuestionamiento ( $Q$ ). Tanto en AM como en Microeconomía, se estudian un conjunto de obras específicas de cada curso, y en el mejor de los casos el profesor de AM trata de ejemplificar ese saber matemático con un caso, a veces único, de un problema de economía. Los  $X$  son los estudiantes de cada curso (que son los mismos por ser las primeras materias del ciclo común) y no existe  $Y$ , sino un profesor y de cada cátedra, que es el responsable de presentar, *mostrar* las obras  $O$  de su programa, ejemplificar, dar tareas y evaluar. Los estudiantes  $X$  *visitan* esas obras  $O$  sin conocer por qué y para qué lo hacen, más que para acreditar el curso. Con el REI el sistema se transforma, dado que lo más importante es el cuestionamiento y el estudio generado a partir del mismo. Así, el sistema  $S$  adopta la forma  $S(X,Y,Q)$  y en el caso de este REI específico,  $X$  es el grupo de estudiantes de AM y Microeconomía,  $Y$  un equipo de profesores de AM y Microeconomía y  $Q_0$ : *¿Cómo maximizar la utilidad de una empresa en un cierto tipo de mercado?* que es el corazón del estudio.
- Respecto del *medio*  $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}$  en el formato habitual solo hay  $R_i^\diamond$  que en general se reducen a las definiciones dadas por el profesor, que es quien decide lo que quiere mostrar, explicar, enseñar y hasta donde, de una determinada  $O_i$ . El principal problema aquí es que los estudiantes no conocen por qué y para qué correspondería estudiar una determinada  $O_i$ , simplemente lo hacen porque necesitan acreditar las materias. En el planteo del REI codisciplinar, las  $R_i^\diamond$  son las respuestas de la cultura, y no únicamente del profesor. En estas se incluyen las búsquedas en internet, los libros de referencia de estas cátedras — en Microeconomía: Varían (2011), Perloff (2004), Mankiw (2007), y otros; y en AM el Stewart (2012) y Haeussler y Paul (2008) —, los apuntes de los profesores ya diseñados para el planteo habitual, bases de datos de economía, y cualquier información que tanto  $X$  como  $Y$  consideren importantes de ingresar al medio  $M$ . Las  $Q_i$  son la razón de ser de todo el estudio, pues



serán las que engendran el estudio y la investigación de los problemas de economía que, vinculados a la renta de apartamentos, permitirán una cobertura por las distintas  $O_i$ , tanto en Microeconomía como en AM, que se estudian con mayor profundidad en las respectivas cátedras, pero que son esenciales en ambos contextos para hacer evolucionar el estudio.

- $R^\heartsuit$  que sería el resultado del estudio, no existe en el planteo habitual. En su lugar esta respuesta adopta la forma  $R^\diamond$  porque es una respuesta del profesor a un conjunto de obras  $O$  del programa que este decide definir para el curso. Con el REI,  $R^\heartsuit$  es el corazón del estudio, dado que la respuesta a  $Q_0$  orientada por el estudio y la investigación de las diferentes obras  $O_i$  de AM y Microeconomía a partir de la problemática del alquiler de apartamentos, permitirá a los estudiantes  $X$  junto con los profesores  $Y$  generar una respuesta del estudio realizado que no necesariamente pertenece a la cultura, es decir es una respuesta construida y consensuada como apropiada, que no la podemos encontrar en los libros, en internet, ni siquiera el profesor la conoce de antemano. Es esta respuesta el producto del estudio en los cursos de AM y Microeconomía.

Las diferencias y los alcances de este REI podrán analizarse mejor cuando se realicen las implementaciones en los tres cursos con los mismos estudiantes, y donde los profesores de AM y Microeconomía ponen a las clases a estudiar con el REI.

## 6 Conclusiones

Los REI son el constructo teórico desarrollado en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico para dar respuesta a los problemas en la enseñanza, y en este caso, específicamente en los primeros años de la Universidad en carreras de Ciencias Empresariales, con estudiantes que no encuentran ni utilidad ni sentido a la Matemática que necesariamente debe incluirse en los primeros años. Esto produce grandes problemas que podrían obstaculizar la continuidad de sus estudios, pues les significa una verdadera *traba* y frustración pasar los cursos de Matemática. Por tal motivo es consideramos que el REI diseñado puede constituirse como una alternativa a esta problemática mencionada, pues les aporta por un lado la oportunidad de estudiar una Matemática vinculada a la profesión a la que aspiran, lo que podría generar interés, y principalmente porque con el REI la Matemática a reconstruir es un instrumento para resolver los problemas del mundo, en este caso de un dominio del saber específico, y que es aplicable a problemas económicos o de otro tipo que se tengan que estudiar. Es la concepción de la Matemática y la forma en que se reencontrarían estos saberes lo que constituye una diferencia respecto de las cátedras tal como están planteadas actualmente.

El diseño del REI y el desarrollo y análisis del modelo praxeológico de referencia (MPR) dan cuenta del potencial que el REI diseñado podría tener en el contexto de aplicación, dado que permitiría una cobertura casi completa de los saberes incluidos tanto en los programas de AM como de Microeconomía. Específicamente en los cursos de AMI y AMII la cobertura es completa, y esto es posible sólo por considerar algunos temas del curso de Microeconomía, de los diferentes bloques del programa. Los temas de Microeconomía que aún no aparecen vinculados al estudio del REI, guardan por supuesto estrecha relación con los que sí podrán reencontrarse, y es lo que se constituye al momento como una limitación. Posiblemente con la implementación del REI, esto cambie y el MPR pueda ampliarse y cubrir mejor el programa de Microeconomía. Aunque el alcance del REI, no solo se mide por esta *cobertura* por los temas de los programas, sino por el hecho de generar un estudio basado en el por qué y para qué ingresar en el estudio de la Matemática, vinculado a un problema de economía que es local y de relevancia para el contexto donde se realizarían las implementaciones.

El análisis previo del REI a partir del MPR desarrollado en este trabajo, confirma que este constructo sería posible de aplicar en simultáneo tanto en cursos de Matemática como de Microeconomía. Los profesores de ambos cursos, han prestado conformidad para llevar a cabo una enseñanza con el REI, con alcances distintos seguramente en cada curso, pero que significará una oportunidad no solo de testear este diseño para ponerlo a disposición en otros contextos, sino principalmente conocer si efectivamente un estudio basado en cuestionamiento permitiría a los estudiantes recuperar la razón de ser por el estudio de la Matemática en una facultad de ciencias empresariales. Queda ahora realizar las implementaciones y analizar sus resultados.

## Referencias

CHEVALLARD, Yves. [¿Por qué enseñar Matemáticas en Secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan.](#) *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, v. 20, n. 1, p. 159-169, 2017.

CHEVALLARD, Yves. El análisis de las prácticas docentes en la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Yves. [Enseñar Matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparadigma emergente.](#) *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 161-182, jun. 2013.

CHEVALLARD, Yves. *La notion de PER: problèmes et avancées.* Texte d'un exposé présenté à l' Institut Universitaire de Formation des Maîtres de Toulouse. Toulouse, 2009.

CHEVALLARD, Yves. *La transposición didáctica: del saber sabido al saber enseñado.* Buenos Aires: Aique, 1985.

CHEVALLARD, Yves. Passé et présent de la Théorie Anthropologique du Didactique. En: *1º Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico.* Baeza, 2007, p. 705-746.

CHEVALLARD, Yves. [Teaching Mathematics in tomorrow's society: a case for an oncoming counter paradigm.](#) In: *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education.* Seoul, 2012, 173-187.

CHEVALLARD, Yves. Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. En: *Journées de Didactique Comparée.* Lyon, 2004, p. 1-13 (version retouchée du 19 mai.).

CHEVALLARD, Yves; STRØMSKAG, Heidi. Conditions for a transition to the paradigm of questioning the world. En: ALMOULOUD, Saddo Ag; GUERRA, Renato Borges; FARIAS, Luiz Marcio Santos. HENRIQUES, Agonso; NUNES, José Messildo Viana. (Org.). *Percursos de estudo e pesquisa à luz da Teoria Antropológica do Didático: fundamentos teórico-metodológicos para a formação.* Curitiba, CRV, 2022, p. 27-58.

CHIANG, Alpha; WAINWRIGHT, Kevin. *Métodos fundamentales de Economía Matemática.* 4ª ed. Traducción de Francisco Sánchez Frago y Raúl Arrijo Juárez. Ciudad de México: McGraw-Hill, 2006.

COSTA, Viviana; ARLEGO, Marcelo; OTERO, María Rita. Enseñanza del Cálculo Vectorial en la universidad: propuesta de recorridos de estudio e investigación. *Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria*, v. 7, n. 1, p. 20-40, 2014.

HAEUSSLER, Ernest; PAUL, Richard *Matemáticas para Administración y Economía*. 12. ed. Traducción de Víctor Hugo Ibarra Mercado. Ciudad de México: Pearson Educación, 2008.

HERNÁNDEZ, Roberto; FERNÁNDEZ, Carlos; BAPTISTA, Pilar, *Metodología de la investigación*. 6. ed. Mexico: McGraw-Hill, 2014.

MANKIWI, Gregory. *Principios de Economía*. 3. ed. Sidney: Thomson Paraninfo, 2007.

MARKULIN, Kristina; BOSCH, Marianna; FLORENSA, Ignaci. [Un recorrido de estudio e investigación para la enseñanza universitaria de la Estadística](#). En: *Investigación en Educación Matemática XXIV*. Valencia, 2021, p. 417-424.

OTERO, María Rita. [La formación de profesores: recursos para la enseñanza por indagación y el cuestionamiento](#). Tandil: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, 2021.

OTERO, María Rita; GAZZOLA, María Paz; LLANOS, Viviana Carolina; ARLEGO, Marcelo. [Co-disciplinary Physics and Mathematics Research and Study Course \(RSC\) within Three Study Groups: Teachers-in-training, Secondary School Students and Researchers](#). *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, v. 10, n. 2, p. 55-78, 2016.

PARRA, Verónica; OTERO, María Rita. [Enseñanza de la Matemática por recorridos de estudio e investigación: indicadores didáctico-matemáticos de las “dialécticas”](#). *Educación Matemática*, v. 29, n. 3, p. 9-49, dic. 2017.

PERLOFF, Frank. *Microeconomía*. 3. ed. Madrid: Pearson Educación, 2004.

SALGADO, Diana; OTERO, María Rita. [Enseñanza por investigación en un curso de Matemática de nivel universitario: los gestos didácticos esenciales](#). *Educação Matemática Pesquisa*, v. 22, n. 1, p. 532-557, jan./abr. 2020.

STEWART, James. *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas*. 7. ed. Traducción de Ana Elizabeth García Hernández y Enrique C. Mercado González. Ciudad de México: Cengage Learning, 2012.

VARIAN, Hall. *Microeconomía Intermedia: un enfoque actual*. 8. ed. Barcelona: Antoni Bosh, 2011.