

Questões de Matemática do ENEM 2015: erros e dificuldades de aprendizagem

Questions of Mathematic from ENEM 2015: errors and learning difficulties

Resumo: Apresenta-se resultados de uma pesquisa que se desenvolve na UFRN com a finalidade de identificar, caracterizar erros e dificuldades de aprendizagem que podem ser associadas às questões de Matemática da prova do ENEM 2015, realizada por estudantes egressos do Ensino Médio que ingressaram nessa instituição, no ano de 2016. A metodologia aplicada foi a de análise de erros, conferido aos distratores de maior frequência na resposta dos estudantes, obtidas por microdados dessa avaliação, fornecidos pelo INEP. Os resultados mostram muito baixo desempenho dos estudantes quando se trata de erros relacionados às questões que exigem compreensão do conceito, fatos e procedimentos a respeito do tema: conhecimentos de Estatística e Probabilidade, como também de cálculos que envolvam os temas: conhecimentos algébricos e numéricos. De forma geral, esses erros podem ser associados às dificuldades nas medidas de tendência central (médias), onde constata-se uma aprendizagem instrumental dos conceitos, fixando-se apenas na utilização e aplicação de fórmulas ou regras de cálculo. Com relação à Estatística e Probabilidade, os estudos de Pollatsek *et al.* (1987) apontam que os educandos confundem o acesso de um enunciado em linguagem vigente para linguagem simbólica e vice-versa das probabilidades, com isso revela-se a dificuldade nessas transformações entre as linguagens

Palavras-chave: Matemática. Erros. Dificuldades de aprendizagem. ENEM.

Abstract: We present the results of a research that is developed at UFRN in order to identify, characterize errors and learning difficulties that can be associated with the mathematic questions of the ENEM 2015 test, performed by high school graduates who entered in this institution in 2016. The methodology applied was the error analysis, given to the most frequent distractors in the students' response, obtained by microdados from this evaluation, provided by INEP. Results show very poor student performance when it comes to errors related to issues that require understanding of the concept, facts and procedures about the subject: knowledge of statistics and probability, as well as calculations involving the themes: knowledge algebraic and numerical. In general, these errors can be associated with difficulties in measures of central tendency (averages), where there is an instrumental learning of concepts, focusing only on the use and application of formulas or rules of calculation. Regarding statistics and probability, studies by Pollatsek *et al.* (1987) show that learners confuse the access of a current language statement to symbolic language and vice versa of the probabilities, thus revealing the difficulty in these transformations. between languages

Keywords: Mathematic. Errors. Learning difficulties. ENEM.

Jailson da Costa Pontes

Doutorando em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Atua na assessoria acadêmica do Centro de Tecnologias da UFRN. Rio Grande do Norte, Brasil.

[id orcid.org/0000-0001-7619-556X](https://orcid.org/0000-0001-7619-556X)

✉ jailsonpontes1@yahoo.com.br

Isauro Beltrán Núñez

Doutor em Ciências Pedagógicas pela Universidade de Havana. Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Rio Grande do Norte, Brasil.

[id orcid.org/0000-0003-3224-4694](https://orcid.org/0000-0003-3224-4694)

✉ isaurobeltran@yahoo.com.br

Recebido em 20/11/2018

Aceito em 27/12/2018

Publicado em 15/01/2019

eISSN 2594-4002



1 A aprendizagem matemática, erros e dificuldades de aprendizagem

A aprendizagem matemática, juntamente com outras ciências, é um componente curricular importante. Portanto, conteúdo que compõe a estrutura curricular e divide o feito de estabelecer perguntas sobre as situações da vida cotidiana, refletir sobre o meio natural e do âmbito científico, que se apresentam ao estudante para eleger as respostas mais adequadas; dentre as possibilidades que se aplicam a cada realidade.

Nesse contexto, tem-se que na Matemática ocorrem muitas dificuldades em sua aprendizagem evidenciadas por meio de formas distintas. Pode-se dizer que “desenvolvimento cognitivo dos alunos, currículo de matemática e métodos de ensino” (SOCAS, 1997, p. 127) são formadores de um sistema complexo nos processos de ensino e de aprendizagem. Essas dificuldades se manifestam em forma de erros e estes possuem fontes diferentes, podendo ser “a presença de um esquema cognitivo inadequado e não somente como consequência da falta de conhecimento” (SOCAS, 1997, p. 127).

As dificuldades de aprendizagem de acordo com Sanchez (2004, p. 15-16), é

um funcionamento substancialmente abaixo do esperado [...] algo heterogêneo, supõe problemas significativos na conquista das habilidades da leitura, de escrita e/ou matemática, que se acredita ser intrínsecas ao indivíduo, é possível encontrar superposição com outros problemas que não se devem a influências extrínsecas.

Compreender essas dificuldades de aprendizagem é essencial para o planejamento de estratégias de ensino que possibilitem uma aprendizagem com solidez e consciência.

Para a análise de erros, Abrate, Pochulu e Vargas (2006, p. 21) assumem que o erro é a capacidade de ver os conceitos reais e procedimentais com a inclusão de ideias “contraditórias ou interpretações e falsas justificações”. Já Cury (2008) considera que a análise de erros é uma abordagem de pesquisa com fundamentações teóricas variadas, objetivos distintos e participação de todos os níveis de ensino nas amostras, mas também é *uma metodologia de ensino*, podendo ser empregada quando se detecta dificuldades na aprendizagem dos alunos e se quer explorá-las em sala de aula. Com isso, os erros ajudam aos professores a planejar estratégias que os auxiliem e produzam um melhor resultado no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Nesse estudo, que tem o apoio da Comissão Permanente de Processos Seletivos (COMPERVE) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), cuja finalidade é a pesquisa dos erros e dificuldades de aprendizagem que hipoteticamente podem ser associados aos

distratores mais frequentes nas respostas das questões de Matemática da prova do ENEM 2015 de estudantes egressos do Ensino Médio que ingressaram na UFRN no ano de 2016.

2 Erros e dificuldades de aprendizagem em Matemática

No ensino de Matemática, o estudo dos erros e dificuldades na aprendizagem dos alunos estabelece um marco fundamental nos processos de ensino e de aprendizagem, para os quais as teorias que estudam os erros buscam identificá-los, determinar suas causas e principalmente organizar o seu ensino tendo em consideração essas informações (ABRATE, POCHULU e VARGAS, 2006).

Para Rico (1995, p. 80), “o erro é uma possibilidade permanente na aquisição e consolidação de conhecimentos e pode tornar-se parte do conhecimento científico”; ao verificar o erro, este pode aparentar uma falha no processo de ensino e aprendizagem de matemática, mas está em harmonia com o processo de construção de conhecimento científico.

Nessa perspectiva assumimos que dificuldade de aprendizagem está inserida em uma relação dialética de essência-fenômeno, determinada como uma hipótese explicativa, e compreendida como a que leva ao erro (NÚÑEZ e RAMALHO, 2012).

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), avaliação de aprendizagem para os alunos egressos do Ensino Médio, revela-se como uma *fonte significativa* para a obtenção de elementos relacionados a aprendizagens e não aprendizagens dos educandos, possuidores de diferentes componentes curriculares e de áreas de conhecimento (NÚÑEZ, 2017).

Para esta pesquisa, temos como objetivo geral a identificação, caracterização dos erros e dificuldades de aprendizagem de Matemática no Ensino Médio, associados aos distratores mais frequentes selecionados por estudantes egressos da educação básica, nas questões da prova de Matemática do ENEM 2015.

Esse trabalho poderá ajudar os professores a utilizar os erros nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática formando alunos conscientes e de forma eficaz compreender que os erros cometidos são pontos de partida para uma aprendizagem sólida, contribuindo para melhorar o ensino da Matemática no Ensino Médio.

A partir do objetivo geral, definimos as seguintes questões de estudo: (a) Qual foi o desempenho dos alunos nas questões da prova de Matemática do ENEM 2015? (b) Quais erros podem estar associados aos distratores com o índice de desempenho mais elevados nas

questões da prova de Matemática do ENEM 2015? (c) Quais as causas, consideradas como dificuldades de aprendizagem, podem estar relacionadas aos erros mais presentes nas questões da prova de Matemática do ENEM 2015?

3 Procedimentos metodológicos

Esse estudo é de natureza descritiva e exploratória, fundamentada na metodologia de análises de erros (NÚÑEZ e RAMALHO, 2012) como também na análise de desempenho, fundamentada na teoria clássica de análise de itens.

Os dados dessa pesquisa foram obtidos dos microdados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e, por sua vez, reorganizados pela seção de Estatística da Comperve/UFRN, no sentido de selecionar os egressos do Ensino Médio que ingressaram na UFRN, no ano de 2016, pelo Sistema de Seleção Unificada (SISU), e realizaram o ENEM no ano de 2015. Para as análises quantitativas do desempenho dos alunos, foram organizados os percentuais e as quantidades para cada opção de resposta — o gabarito e os quatro distratores — de forma a corresponder às questões dos quatro cadernos do banco de dados.

Para identificar o grau de dificuldade das questões a serem analisadas, utilizamos o índice de desempenho (ID) ou de acerto como critério utilizado para definir essas questões. O ID define o percentual de candidatos que acertam o gabarito da questão, bem como mede o grau de dificuldade (PASQUALI, 2003). De acordo com Núñez (2017), dimensiona-se essa categoria utilizando subcategorias que são fixadas a partir de níveis de desempenho dos candidatos, estabelecidos no Tabela 1.

Tabela 1: Categorização do índice de desempenho (ID) ou de acerto

Índice de Desempenho	% de acerto
Muito alto	75 — 100
Alto	55 — 75
Médio	45 — 55
Baixo	25 — 45
Muito Baixo	0 — 25

Fonte: Adaptada de COMPERVE/UFRN (2016)

Selecionamos as questões que apresentaram um índice de desempenho (ID) muito baixo, ou seja, aquelas cujo índice de acerto foi menor que 25%; dessas, selecionamos o distrator com maior percentual de escolha dos estudantes.

As análises de erros foram realizadas de maneira tal para associar cada distrator a um erro ou a vários e criar hipóteses explicativas, ou seja, inferências como dificuldades de aprendizagem. A identificação e caracterização do erro serão feitas, partindo do diálogo crítico com referencial teórico, assumido nessa pesquisa, uma vez que os erros sempre são relativos e os distratores podem estar associados a vários erros. Uma vez identificados os erros, foram classificados de forma sistematizada (NÚÑEZ, 2017).

Para o estudo, foram utilizados os dados de alunos das escolas públicas e privadas que ingressaram na UFRN, via SISU 2016, e responderam a prova de Matemática do ENEM no ano de 2015, sendo um total de 6876 estudantes.

4 Resultado da pesquisa

Os resultados e sua discussão foram organizados de modo a responder, na sequência, às questões de estudo, com a intenção de, por sua vez, alcançar o objetivo geral.

O desempenho dos alunos nas questões da prova de Matemática do ENEM 2015, de acordo com questão, habilidade e desempenho, estão expostos no Quadro I, seguindo o desempenho calculado pela equipe de Estatística da Comperve/UFRN.

Quadro I: Questão, habilidade e desempenho de acordo com a Matriz do ENEM 2009 e setor de Estatística da Comperve/UFRN

Questão	Habilidade	Desempenho	Questão	Habilidade	Desempenho
136	H23	26,5	137	H19	28,8
138	H15	87,5	139	H24	39,9
140	H9	36,2	141	H20	73,3
142	H24	29,1	143	H8	66,1
144	H11	68,1	145	H21	12,3
146	H5	23,9	147	H17	33,2
148	H7	48,6	149	H28	8,8
150	H25	47	151	H8	50,3

152	H3	40,4	153	H10	34,2
154	H23	66,5	155	H3	24,9
156	H7	39,8	157	H18	27,8
158	H30	10	159	H19	38,6
160	H27	40,9	161	H13	49,3
162	H4	45,1	163	H14	46,6
164	H9	50,3	165	H21	11,7
166	H29	20,5	167	H12	32,4
168	H6	32,5	169	H1	59,7
170	H2	23,6	171	H22	31,6
172	H17	66,1	173	H16	70,9
174	H10	47,9	175	H29	24,4
176	H22	19,3	177	H1	66,9
178	H26	90	179	H14	38,9
180	H28	88,7	-	-	-

Fonte: Elaboração dos Autores

De acordo com o Quadro I, podemos observar que as habilidades mais frequentes são as do intervalo H19 a H23, pertencentes à competência C5 divulgada pelo INEP de acordo com a matriz do ENEM 2009. Essa competência C5 define-se como “Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas” (BRASIL, 2009).

Após, vem os dos intervalos H7 a H9 da competência C2 “Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela” (BRASIL, 2009); depois H1 a H5 da competência C1 “Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais” (BRASIL, 2009); do intervalo H10 a H14 competência C3 “Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano” (BRASIL, 2009), na sequência H27 a H30 de C7 “Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística”

(BRASIL, 2009), aparecendo com uma habilidade a ser explorada nessa prova as habilidades H17 da competência C4 “Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano” (BRASIL, 2009) e H24 da competência C6 “Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação” (BRASIL, 2009).

Do total das 45 questões que compõem a prova de Matemática do ENEM 2015, podemos classificar de acordo com o Índice de desempenho (ID), como mostra a Tabela 2.

Tabela 2: Índice de desempenho na prova de Matemática do ENEM 2015

Índice de desempenho	Questões	Total	%
Muito Alto	138, 178, 180	3	6,7
Alto	141, 143, 144, 154, 169, 172, 173, 177	8	17,8
Médio	148, 150, 151, 161, 162, 163, 164, 174	8	17,8
Baixo	136, 137, 139, 140, 142, 147, 152, 153, 156, 157, 159, 160, 167, 168, 171, 179	16	35,5
Muito Baixo	145, 146, 149, 155, 158, 165, 166, 170, 175, 176	10	22,2

Fonte: Elaboração dos Autores

Pode-se observar que o maior percentual de desempenho foi Baixo com 16 questões, um percentual de 35,5%; depois o Muito Baixo com 10 questões que equivale a 22,2%; Médio e Alto com 8 questões ambos com 17,8% e Muito Alto com 3 questões representando 6,7% do total das 45 questões que compõem o caderno de Matemática do ENEM 2015. Podemos verificar ainda que 75,5% do desempenho dos estudantes estão no intervalo de Médio para Muito Baixo e 24,5% estão no intervalo Alto para Muito Alto, revelando que esses estudantes ao assinalarem um dos distratores possuem algumas dificuldades na aprendizagem Matemática.

Para identificar e caracterizar os erros que podem ser associados aos distratores, foram selecionadas as questões com muito baixo desempenho, num total de 10 questões perfazendo 22,2% do total das questões da prova. Em cada questão, foi selecionado o distrator de maior percentual de escolha pelos estudantes. Os dados desses itens e seus respectivos distratores estão na Tabela 3, a seguir.

Tabela 3: Questões de muito baixo desempenho e distratores selecionados

Tema	Questão	Opção de resposta (distrator)	Erro	%	Quantidade de estudantes que escolheram o distrator
Conhecimentos algébricos	145	D	Multiplicar as raízes da equação de 2º grau.	33	1334
Conhecimentos numéricos	146	D	Adicionar a quantidade total de tábuas e dividir por 10 de cm para m.	25,8	1046
Conhecimentos de estatística e probabilidade	149	B	Calcular o percentual levando em consideração o espaço amostral total e desse retirando o complementar de 30%.	41,5	1681
Conhecimentos numéricos	155	B	Calcular 44,5% de 1202,00 e o resultado subtrair de 1,1% de 1202,00.	25,9	1048
Conhecimentos de estatística e probabilidade	158	C	Subtrair o total de percentual pela probabilidade estabelecida como meta.	31,7	1285
Conhecimentos algébricos	165	D	Calcular apenas a raiz da equação e substituir direto no log.	25	1014
Conhecimentos de estatística e probabilidade	166	D	Encontrar as médias aritméticas utilizando duas das cinco grandezas absolutas.	41	1660
Conhecimentos numéricos	170	B	Calcular como combinação.	44,8	1815

Conhecimentos de estatística e probabilidade	175	A	Calcular $P(I) = \frac{3}{20}$; $P(II)$ e $P(III)$ como soma e não produto desprezando a chance de não ser sorteado.	22	892
Conhecimentos algébricos	176	E	Calcular utilizando o eixo Y, como o eixo do cosseno.	26,6	1076

Fonte: Elaboração dos Autores a partir de dados do Comperve/UFRN (2016)

As análises dos erros e das dificuldades de aprendizagem associadas aos distratores de acordo com a Tabela 3 concedem fazer inferências para cada questão a seguir.

Na Q145, o erro associa-se em calcular as raízes da equação do segundo grau e depois multiplicá-las entre si, quando o lado do quadrado é “d”, implicando que “d”>1, com isso deveria considerar a raiz cujo resultado assumisse esse resultado “maior que 1”. Essa dificuldade em relacionar a álgebra com elementos da aritmética, no caso, o valor das raízes da equação; implica na dificuldade dos estudantes na notação algébrica e uma forte tendência de utilizar elementos aritméticos (KLÖPSCH, 2010).

A Q146, no distrator D, hipoteticamente, o erro diz respeito adicionar a quantidade total de tábuas e dividir por 10 na transformação de cm para m, nota-se dois erros o primeiro a soma e depois a transformação de unidades de medidas. A situação problema exige cálculo do máximo divisor comum para encontrar o maior tamanho possível e menor que 2 metros para aproveitar tábuas de madeiras retiradas da casa. Dessa forma, poderia se aproveitar todas as tábuas da casa. Com isso evidencia as dificuldades de relacionar maior tamanho possível a menor de 2 metros como também de transformação de centímetros para metros.

Na Q149, propõe como situação-problema determinar o percentual probabilístico de o entrevistador ser compreendido em sua pergunta em inglês por três alunos entrevistados. Esse entendimento deveria ser feito baseado na compreensão da língua inglesa dos entrevistados na fase final de seleção de intercâmbio. Escolhendo o distrator B, associa-se em calcular o percentual levando em consideração o espaço amostral total e desse retirando o complementar de 30%, referindo-se à probabilidade dos alunos que não compreendem e nem falam inglês. Dessa forma fica evidente a dificuldade de realizar o cálculo de porcentagem de 70% sendo $\frac{70}{100}$ e fazendo a multiplicação entre si necessária, pois eram três

finalistas. Depois subtrair o resultado desse produto por 100 que representa os 100% do total de alunos da escola.

A Q155, no distrator B, foi o mais assinalado, como essa questão relacionava a renda média mensal dos brasileiros sendo de R\$ 1.202,00, podemos inferir que o erro é calcular 44,5% de R\$ 1.202,00 referente a soma dos 10% mais ricos e o resultado subtrair de 1,1% de R\$ 1.202,00 referente a soma dos 10% mais pobres. Para esse distrator a dificuldade dos estudantes evidencia em estabelecer o valor médio da renda dos brasileiros ao total de 101,5 milhões, aplicando separadamente os percentuais.

A Q158, cujo distrator C foi o mais evidente, pretende-se calcular o percentual de vacinação do público alvo para prevenir o HPV cuja probabilidade desse público adquiri-la seja no máximo de 5,9%. O erro associa-se a subtrair o total de percentual pela probabilidade estabelecida como meta, resultando em 94,1%, portando escolhe-se dentre as cinco propostas aquele cujo somatório a 5,9% resulte em 94,1%. Nesse caso, a principal dificuldade dos estudantes na resolução dessa situação problema se dá quando existe um número de percentuais diferentes e sucessíveis, exigindo a resolução do problema, traduzindo e analisando as informações, fazendo uso de raciocínio percentual para os cálculos probabilísticos, dessa maneira deve-se promover o conceito probabilístico para auxiliar a leitura (SANTANA, 2011).

A Q165, no distrator D, o erro diz respeito a calcular apenas a raiz da equação e substituir direto no logaritmo, com isso não calculando a altura. A situação problema apresentada exigia o cálculo de equação logarítmica para determinar a expressão algébrica que calcula a altura do vidro, era necessário localizar na figura os pontos definidos referentes à altura “h”, onde temos acima do eixo “x” $\frac{h}{2}$ e abaixo $\frac{-h}{2}$. Dessa forma, teremos duas equações: $\log(a + n) = \frac{h}{2}$ e $\log(a) = \frac{-h}{2}$; somando-se esses logaritmos teremos como resultado uma equação do segundo grau, onde encontraremos como uma de suas raízes $a = \frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}$. Porém, a situação problema pede a altura do vidro, por isso deveria substituir na primeira equação logarítmica. A dificuldade dos estudantes para calcular o valor da altura, é mostrada por Silva (2016) como sendo uma forma mecânica e metódica da aplicação de fórmulas dos logaritmos, assim levando os estudantes a interpretar e desenvolver um raciocínio que não são apresentados no enunciado da questão.

Na Q166, a exigência era aplicar o cálculo de uma das medidas de tendência central, nesse caso a média aritmética para saber a ordem de classificação dos candidatos desse

concurso. Portanto, deveria adicionar as notas das cinco etapas expostas em um quadro e dividir por cinco, observando que na segunda coluna está localizada a média nas quatro primeiras etapas. O erro, hipoteticamente, relacionado ao distrator D, está em encontrar as médias aritméticas utilizando duas das cinco grandezas absolutas. A dificuldade dos estudantes nesse caso aplica-se pelo fato da inobservância que na segunda coluna estava a média das quatro primeiras etapas, ficando evidente a dificuldade de identificar e estabelecer relações entre a quinta etapa e as demais etapas do concurso, que no total eram cinco. Nesse caso, as medidas de tendência central (médias) constata-se uma aprendizagem instrumental dos conceitos, fixando-se apenas na utilização e aplicação de fórmulas ou regras de cálculo (MARTINS, PIRES e BARROS, 2009).

Na Q170 avalia o conhecimento do cálculo de fatorial e do arranjo para obter as formas de acomodação em um voo com nove lugares para uma família formada por sete pessoas. O erro diz respeito a calcular como combinação uma situação com exigência de cálculo de arranjo. A dificuldade dos alunos nessa questão trata-se associar uma questão que envolve o cálculo do arranjo já que o enunciado pede “formas distintas”, por essa natureza temos os arranjos que importa a “ordem”, tais dificuldades são explícitas, pois confundem o invariante do conceito “ordenação”, no que troca, ou não em identificar as possibilidades distintas (VERGNAUD, 1991; ROCHA, 2011).

A Q175, cujo distrator A foi o mais escolhido, diz respeito sobre uma competição com vinte equipes e cada uma dessas com dez atletas. Foi feita uma denúncia relatando que um dos atletas “havia utilizado substância proibida”, por isso, a organização propôs três modos distintos de escolher atletas para realizarem o exame antidoping. Portanto, a questão quer a comparação dentre as probabilidades do atleta suspeito ser sorteado dentro dos seguintes modos: modo I, sortear três atletas dentre todos os participantes; modo II, sortear primeiro uma das equipes e após sortear três atletas; modo III, sortear primeiro três equipes, sortear um atleta de cada uma das três equipes. O erro, hipoteticamente, é calcular $P(I) = \frac{3}{20}$ direto sem determinar um para cada equipe, $P(II)$ e $P(III)$ como soma e não produto que é o caso desses eventos independentes, desprezando também a chance de não ser sorteado.

As dificuldades de aprendizagem, em hipóteses se relacionam as estudadas por Falk (1986), observou que muitos educandos não distinguem entre uma probabilidade condicionada e a sua transposta, ou seja, entre as duas probabilidades $P(A/B)$ e $P(B/A)$. Os estudos de Pollatsek *et al.* (1987) investigaram que os educandos confundem o acesso de um enunciado em linguagem vigente para linguagem simbólica e vice-versa das probabilidades,

com isso revela-se a dificuldade nessas transformações entre as linguagens.

Q176, no distrator E, nessa situação problema avalia-se o conhecimento das propriedades relacionadas ao círculo trigonométrico relacionado a disponibilidade no varejo de produtos sazonais, em que há períodos do ano onde são escassos ou abundantes, nesse último os preços são mais baixos, a procura é maior e a produção aumenta, por isso o questionamento é: qual o mês de produção máxima da safra do produto em relação ao menor preço. Na questão é ofertada uma equação que envolve o conteúdo de função cosseno, onde os estudantes deveriam situá-la no eixo “X” no círculo trigonométrico de raio 1 e estabelecer as suas respectivas propriedades. Dentre elas, a que responderia essa questão, seria onde a função é máxima e mínima. O erro diz respeito em calcular o cosseno de π utilizando o eixo de Y, que é o eixo do seno. Ficando explícita a dificuldade de relacionar as funções Seno e Cosseno no círculo trigonométrico em relação aos eixos de “X” e “Y”. Para Cajuela (2013), essa dificuldade ocorre na “compreensão” dos conceitos fundamentais do Seno e do Cosseno aliados a construção do círculo trigonométrico que são apresentados aos estudantes como “elementos vagos” e sem “muitas explicações”.

De acordo com Núñez (2017), os erros são resultados da falta de “estratégias” utilizadas na resolução das questões de maneira correta, podendo significar a utilização de altas operações mentais dos estudantes nessas resoluções.

Das análises realizadas, pode-se sistematizar quais os temas que mostraram dificuldades na aprendizagem nas questões da prova de Matemática do ENEM 2015. Tais habilidades por questão são:

- a) Q145 — relacionar a álgebra com elementos da aritmética;
- b) Q146 — relacionar maior tamanho possível a menor de 2 metros como também a transformação de centímetros para metros;
- c) Q149 — realizar o cálculo de porcentagem de 70% à $\frac{70}{100}$ e fazendo a multiplicação entre si necessária, pois eram três finalistas e subtrair o resultado desse produto por 100 que representa os 100% do total de alunos da escola;
- d) Q155 — aplicar separadamente os percentuais do valor médio da renda dos brasileiros ao total de 101,5 milhões;
- e) Q158 — traduzir e analisar as informações, fazendo uso de raciocínio percentual para os cálculos probabilísticos;

- f) Q165 — calcular o valor da altura, como sendo uma forma mecânica e metódica da aplicação de fórmulas dos logaritmos;
- g) Q166 — identificar e estabelecer relações entre a quinta etapa e as demais etapas do concurso;
- h) Q170 — calcular o arranjo, nesse caso, importando a ordem dos elementos;
- i) Q175 — identificar a linguagem vigente para linguagem simbólica e vice-versa das probabilidades;
- j) Q176 — Compreender os conceitos fundamentais do Seno e do Cosseno aliados a construção do círculo trigonométrico.

Conclusões

O ENEM, uma prova que proporciona a seleção de estudantes para o ingresso em instituições superiores, dessa forma, poderá ajudar a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem na educação básica (PONTES e NÚÑEZ, 2019). Os resultados dessas análises mostraram que, de maneira geral, o desempenho foi baixo e muito baixo, possibilitando identificar os erros e dificuldades na aprendizagem que hipoteticamente suporta ser associados aos distratores de maiores escolhas nas questões da prova de Matemática 2015.

O tema de Estatística e Probabilidade, composto por conteúdos essenciais para a aquisição do conhecimento matemático — tratamento da informação — para atuar na sociedade (BRASIL, 2002), revela que erros e dificuldades de aprendizagem nesses conteúdos foram os que mais se evidenciaram no ano de 2015 na prova de Matemática do ENEM. De forma geral, os erros associados aos distratores referentes a esse tema diz respeito ao que Movshovitz-Hadar, Zaslavski e Inbar (1987) relatam: uso errado de dados, linguagem mal interpretada e inferência logicamente inválida.

Com relação às dificuldades de aprendizagem relacionadas a esses erros, podemos associar os processos de pensamento matemático com o processo de ensino da Matemática. Nesse sentido, Abrate, Pochulu e Vargas (2006), alertam para o *fazer matemático*, que promova a capacidade de argumentar logicamente não devendo ser contra aos métodos intuitivos para estimativa, podendo valorizar os exemplos e contraexemplos, que permitam a obtenção de resultados e métodos corretos na resolução das questões.

Os resultados desse estudo, podem contribuir como um referencial teórico para os

professores refletir de forma crítica os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática na educação básica. Essa pesquisa permite uma compreensão profissional para o ensino dessa disciplina, podendo contribuir e colaborar com eficácia para a aprendizagem dos estudantes.

Referências

ABRATE, Raquel Susana; POCHULU, Marcel David.; VARGAS, José Manuel. *Errores y dificultades em Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Portaria INEP n. 109 de 27/05/2009: *Estabelece a sistemática para a realização do Exame Nacional do Ensino Médio no exercício de 2009*. Brasília: Diário Oficial da União, n. 100, seção 1, p. 56, 28 maio 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. *PCN+ Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC, 2002.

CAJUELA, Renata Ferreira. *Funções trigonométricas*. 2013. 57f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. São José do Rio Preto.

CURY, Helena Noronha. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos Alunos*. 1.ed. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

FALK, Herwig. Conditional probabilities: insights and difficulties. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTIC, 2, 1986, Victoria. Proceedings of ICOTS 2. Victoria: University of Victoria, 1986, p. 292-297.

KIÓPSCH, Cristiane. *Campo conceitual algébrico: análise das noções a serem aprendidas e dificuldades correlatas pelos estudantes ao final do Ensino Fundamental (8ª série – 9º ano)*. 2010. 174f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva) – Centro de Filosofia e Ciências Humanas. Universidade Federal de Pernambuco. Recife.

MARTINS, Cristina; PIRES, Manuel Vara; BARROS, Paula Maria. *Conhecimento estatístico: um estudo com futuros professores*. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIX, 2009, Vila Real. Actas do XIX EIEM. Vila Real: APM, 2009, p. 1-12.

MOVSHOVITZ-HADAR, Nitsa; ZASLAVSKY, Orit; INBAR, Shlomo. *An empirical classification model for errors in high school mathematics*. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 18, n. 1, p. 3-14, jan. 1987.

NÚÑEZ, Isauro Beltrán. Erros e dificuldades de aprendizagem nas questões de Química do ENEM 2014. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 11, 2017, Florianópolis. Anais do XI ENPEC. Florianópolis: ABRAPEC, 2017, p. 1-11.

NÚÑEZ, Isauro Beltrán; RAMALHO, Betânia Leite. *Estudo de erros e dificuldades de*

aprendizagem: as provas de Química e de Biologia do Vestibular da UFRN. Natal: EDUFRN, 2012.

PASQUALI, Luiz. *Psicometria*: teorias dos testes na Psicologia e na Educação. Rio de Janeiro: Vozes, 2003.

POLLATSEK, Alexander; WELL, Arnold D.; KONOLD, Clifford; HARDIMAN, Pamela; COBB, George. *Understanding conditional probabilities*. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, v. 40, n. 2, p. 255-269, 1987.

PONTES, Jailson Costa; NÚÑEZ, Isauro Beltrán. *Questões de Estatística e Probabilidade nas provas do ENEM: uma aproximação a erros e dificuldades de aprendizagem*. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 87-110, jan./abr. 2019.

RICO, Luis. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En: KILPATRICK, Jeremy; GÓMEZ, Pedro; RICO, Luis. (Ed.). *Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*. Bogotá: Una Empresa Docente, 1998, p. 69-108.

ROCHA, Cristiane de Arimatéa. *Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos*. 2011. 192f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife.

SÁNCHEZ, Jesús-Nicasio Garcia *Dificuldades de aprendizagem e intervenção psicopedagógica*. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SANTANA, Michaelle Renata Moraes de. *O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do Ensino Fundamental*. 2011. 96f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife.

SILVA, Rodrigo Felipe da. *Função exponencial e logarítmica*. 2016. 121f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Faculdade de Ciências e Tecnologia. Universidade Estadual Paulista. Presidente Prudente.

SOCAS, Martín Manuel. Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la educación secundaria. In: RICO, Luis. (Coord.). *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori, 1997, p. 125-154.

VERGNAUD, Gérard. *El niño, las Matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las Matemáticas el escuela primaria*. Traducción de Luis Ortega Segura. México: Trilhas, 1991.