

O ensino de Cálculo Diferencial e Integral com o software GeoGebra: discursos dos alunos do Ensino Superior

Géssica Germana Silva Santos¹

José Alex dos Santos²

Marcos Aurélio Alves e Silva³

Resumo

Este artigo objetiva socializar uma experiência com alunos que frequentam monitoria da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II das Licenciaturas em Matemática, Química e Física sobre o uso do GeoGebra como artefato facilitador dos processos de ensino e de aprendizagem. Foram postas duas questões que remetiam a conteúdos vivenciados na disciplina e que necessitam do esboço de gráficos, pedindo aos alunos a resolução dos mesmos por meio da forma mais tradicional, com o auxílio do quadro. No segundo momento utilizou-se o recurso do GeoGebra para a partir daí compreender como se dá o aprendizado na forma tradicional e trazendo inovações educativas. O estudo foi realizado a partir de análise qualitativa de entrevista que aportavam questionamentos sobre a experiência dos alunos com a presença do *software* educativo. Nos discursos foi notório dentre muitos, as seguintes indagações: facilita a assimilação dos conteúdos; ajuda na visualização após o cálculo; e facilita mais a compreensão do gráfico. Foi possível perceber, por meio dessa experiência, que a utilização do GeoGebra facilitou de forma satisfatória a compreensão dos alunos acerca dos conteúdos das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, propiciando espaços de discursões das novas tecnologias e ensino do Cálculo.

Palavras-chaves: Cálculo Diferencial e Integral. Ensino superior. Novas Tecnologias. Software educativo.

Introdução

As novas tecnologias vêm trazendo uma nova realidade no contexto social em que se vive. A cada dia é possível vislumbrar o quanto o ser humano vive dependente destes recursos em sua vida cotidiana. O mundo é cercado por essas novas tendências e são essas que apontam para novos contextos em espaços cada vez mais distintos. O espaço escolar apresenta características fortes para focar em um ensino com o uso das novas tecnologias, pois além de ser uma nova forma de construção do conhecimento, aguçam a curiosidade dos alunos em utilizar essas novas ferramentas.

¹ Aluna da Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), *campus* Caruaru. E-mail: gessicagermana20@hotmail.com

² Aluno da Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), *campus* Caruaru. E-mail: junior_alex55@hotmail.com

³ Aluno da Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), *campus* Caruaru. E-mail: aurelioufpecaa@gmail.com

O ensino pautado nesta perspectiva vem chamando a atenção de vários pesquisadores (ABRANCHES, 2009; CAVALCANTE, 2009; PADILHA, 2009) que realçam a relevância de uma integração dos recursos tecnológicos nas práticas de ensino para uma aprendizagem diversificada com aprendizagem satisfatória. São recursos digitais (computadores e internet), áudio (rádio, rádio on-line, músicas, podcast), audiovisuais (TV, vídeo/DVD, cinema) que contribuem nas novas formas de se educar de acordo com as possibilidades de cada âmbito escolar.

A preocupação no cenário atual no ensino das novas tecnologias é o desafio que esta propõem a educação, pois nem todos terão acesso e domínio a esta inovação educativa e nisto “será preciso, cada vez mais, a ampliação de ações e políticas efetivas que propiciem a inclusão digital de todos os cidadãos” (KENSKI, 2007, p. 214).

O ensino de Cálculo vem trazendo grandes desafios no ensino superior, pois devido a um extenso currículo que essa disciplina traz, inúmeros são os alunos que apresentam dificuldades e que chegam a reprovar com frequência. Neste sentido, Mello e Fernandes (2001) enfocam esta preocupação quando relata que os alunos acabam por considerar natural um insucesso nessas disciplinas, e os professores estabelecem padrões de reprovação “normais”. Esses padrões tornam aparentemente desnecessária qualquer reflexão sobre os problemas enfrentados na disciplina, já que estão “dentro da normalidade”.

Dentre as várias formas de se ensinar com a presença das novas tecnologias, estão os *softwares* educativos que retiram uma imagem complexa e puramente abstrata do cálculo. Dentre os vários *softwares* está o GeoGebra, facilitando a criação de construções matemáticas e modelos por estudantes que permitem explorações interativas arrastando objetos e alterando parâmetros. O GeoGebra também é uma ferramenta que permite que os professores criem páginas web interativas.

Este artigo apresenta uma experiência de alunos do ensino superior com a utilização do *software* educativo GeoGebra. Em um espaço em que o *software* não é constantemente utilizado foi possível perceber os vários discursos dos quais foram notórios: aulas mais interessantes e dinâmicas, melhor assimilação do conteúdo, ampliação nas resoluções das funções. Considerando estes, faz-se necessário, estudos que realcem: a importância da utilização do *software* no âmbito do ensino superior, uma maior integração entre as novas tecnologias e ambientes de ensino e uma formação permanente

de educadores que irão trabalhar com esse tipo tecnologia, havendo assim promoções de espaços mais reflexivos no processo de ensino e aprendizagem.

Caracterização dos participantes

O estudo foi realizado a partir de uma aula expositiva com a resolução de duas questões da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e logo após uma intervenção com entrevista semiestruturada. Participaram cinco discentes do Programa Institucional de Monitoria da Universidade Federal de Pernambuco, que vivenciam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II no período regular dos seus cursos. Os participantes são dos cursos de Licenciatura em Matemática, Química e Física do Centro Acadêmico do Agreste, em Caruaru, que integram o processo de interiorização da universidade, visto a carência na região de profissionais nestas áreas.

Procedimentos metodológicos

Elaboramos uma aula na qual foram abordadas duas questões referentes à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, conforme mostra o Quadro 1. As questões pediam ao aluno uma interpretação geométrica do estudo da primeira e segunda derivadas das funções dadas e, logo após, para os mesmos esboçarem um gráfico almejando um melhor entendimento das questões. A segunda parte da aula foi a visualização com o GeoGebra, os mesmos gráficos esboçados pelos alunos tiveram o auxílio do *software*.

Quadro 1: Atividade proposta

Atividade
1. Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2 - x - 12$, baseado na interpretação geométrica da primeira e segunda derivada (máximos e mínimos pontos de inflexão e concavidade).
2. Encontre a reta tangente no ponto $x = 2$ para esta função.

Fonte: Elaboração dos Autores

Para a solução da primeira questão, em primeiro lugar é necessário encontrar os pontos que interceptam o gráfico da função no eixo de coordenadas “x”, para isto se encontra as raízes desta função. Assim:

$$f(x) = x^2 - x - 12$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ab}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$x' = \frac{-1+7}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x'' = \frac{-1-7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Calculando a primeira derivada, que possui significado geométrico como sendo o intervalo de crescimento e decrescimento da função, fica assim:

$$f(x) = x^2 - x - 12$$

$$\frac{df}{dx} = 2x - 1$$

De modo que o intervalo onde a primeira derivada da função assume valores positivos, f cresce, e onde a primeira derivada assume valores negativos, f decresce. Portanto, é necessário saber estes intervalos, calculando o valor de x . Assim:

$$2x - 1 = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Logo, para valores entre $(-\infty, \frac{1}{2}]$ a função decresce e para valores entre $(\frac{1}{2}, +\infty)$ a função cresce.

Agora é necessário analisar a segunda derivada da função que tem por significado geométrico direção da concavidade do gráfico da função. Assim:

$$\frac{df}{dx} = 2x - 1$$

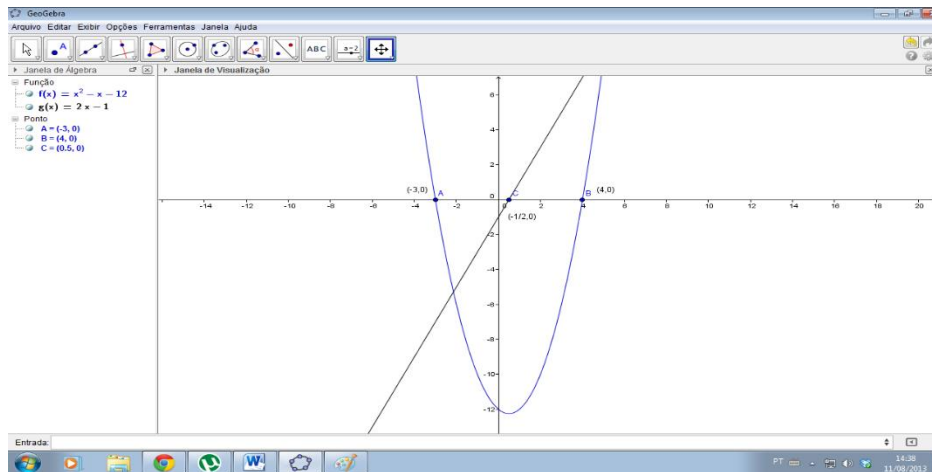
$$\frac{d^2f}{dx^2} = 2$$

De modo que o intervalo onde a segunda derivada da função assume valores positivos, f tem concavidade voltada para cima, e onde a segunda derivada assume valores

negativos f tem concavidade voltada para baixo. Como a segunda derivada é constante igual a 2, todo o gráfico da função tem concavidade voltada para cima.

A partir destas etapas pode-se esboçar o gráfico da função mesmo com pouca precisão, porém com o auxílio do GeoGebra se obtém maior precisão do gráfico da função como mostra a Figura 1, possibilitando assim melhor compreensão por parte dos alunos.

Figura 1: Esboço do gráfico da função



Fonte: Elaboração dos Autores

Na segunda questão, para obtermos a reta tangente ao ponto $x = 2$ é necessário o uso da equação geral da reta:

$$(y - y_0) = m \cdot (x - x_0)$$

Portanto é necessário saber qual é o valor da função f que faz corresponder o valor $x = 2$. Nisto,

$$f(x) = x^2 - x - 12$$

$$f(2) = 2^2 - 2 - 12$$

$$f(2) = -10$$

$$y = -10$$

Também é necessário calcular o valor de m , onde sua interpretação geométrica pode ser entendida como a inclinação da reta no ponto, que pode ser obtido por meio da primeira derivada aplicada no ponto:

$$\frac{df}{dx} = 2x - 1$$

Obtendo

$$\frac{df}{dx}(2) = (2 \cdot 2) - 1$$

$$\frac{df}{dx}(2) = 3$$

Portanto,

$$(y - y_0) = m \cdot (x - x_0)$$

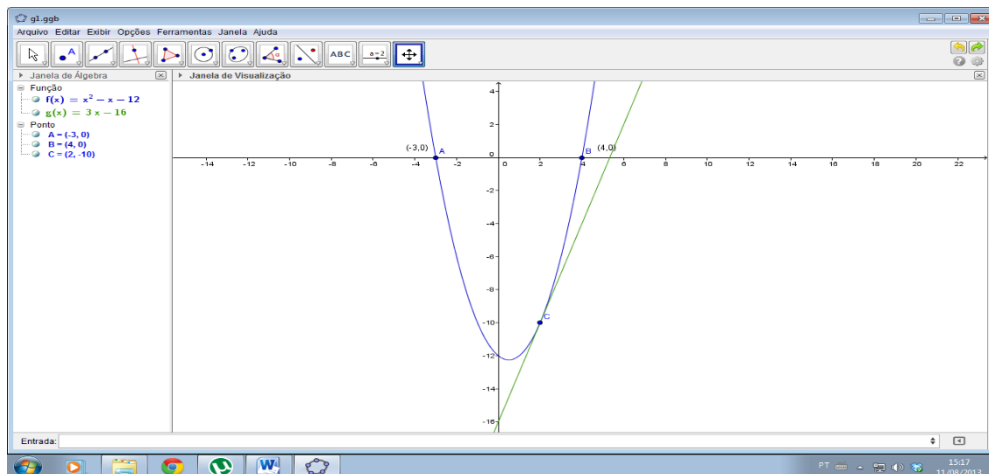
$$[y - (-10)] = 3 \cdot (x - 2)$$

$$y = 3x - 6 - 10$$

$$y = 3x - 16$$

Assim, a equação da reta é tangente a curva $f(x) = x^2 - x - 12$ no ponto $(2, -10)$ e a partir do GeoGebra pode esboçar o gráfico da função de maneira precisa o suficiente para que o conceito de tangencia seja menos abstrato por meio de ferramentas oferecidas pelo *software* como mostra a Figura 2.

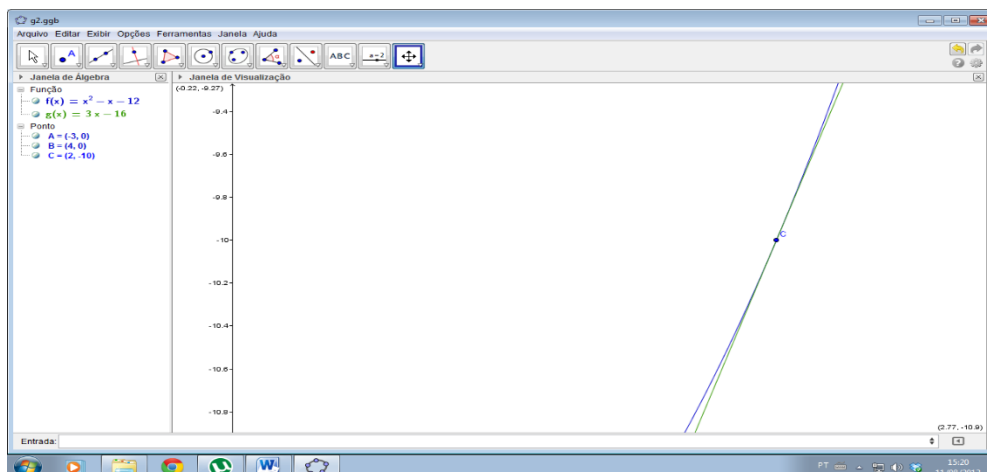
Figura 2: Esboço do gráfico com a reta tangente $x = 2$



Fonte: Elaboração dos Autores

É visualizado pela da Figura 3, que não importa o quanto se aproximam as curvas, elas só se tocam em um único ponto.

Figura 3: Zoom das curvas de f com a reta tangente $x = 2$



Fonte: Elaboração dos Autores

Almejando analisar os discursos proferidos por alunos do ensino superior, os autores fizeram o uso de entrevista semiestruturada no que concerne a utilização do GeoGebra como instrumento facilitador do processo de ensino e aprendizagem. A análise de discursos se constitui um fator importante, pois propicia uma avaliação formativa a partir da constante (re)articulação dos discursos encontrados neste espaço. Segundo Laclau e Mouffe (2004) *apud* Ferreira (2011), a estrutura discursiva não é agrupamento homogêneo de elementos organizados, mas sim rigorosamente constituído de antagonismo entre elementos em um processo contínuo de articulação, deslocamento e nova articulação.

Resultados e discussão

Há algumas décadas, estudiosos apontam para experiências de aprendizagens planejadas e que os resultados possam se dá de forma satisfatória por meio de métodos de ensino que favoreçam reflexões por parte do aluno. As escolas e universidades estão organizadas não apenas para ensinar o conhecimento referente a quê, como e para quê, exigido pela nossa sociedade, mas estão organizadas em sistema organizacional que é constantemente posta em pauta a necessidade de promoção de uma formação acadêmica, social e política.

Assim, os autores compreendem ser relevante a análise de discursos de alunos do ensino superior sobre o ensino do GeoGebra no Cálculo Diferencial e Integral. Baseado

na entrevista semiestruturada, foi possível agrupar os discursos encontrados neste trabalho, conforme o Quadro 2.

Quadro 2: Discursos dos alunos a partir da experiência com o software GeoGebra

- D.1 — Da forma tradicional fica mais difícil visualizar os pontos na construção do gráfico e com o GeoGebra facilita bastante a compreensão e visualização.*
- D.2 — Muito bom, facilita a visualização após o cálculo.*
- D.3 — Com a forma tradicional é mais complicado de esboçar o gráfico e com o auxílio do GeoGebra facilita mais a compreensão do gráfico.*
- D.4 — Com o auxílio do software, a visualização da resolução é bem mais prática e mais fácil de compreender, as “coisas” têm sentido!*
- D.5 — Na forma tradicional, dependendo do professor ou dos conhecimentos prévios do aluno, o mesmo pode sentir muita dificuldade em aprender, mas com o auxílio do software GeoGebra facilita bastante a interpretação gráfica para o aluno, facilitando a assimilação do conteúdo.*

Fonte: Dados do Estudo

Por meio dos discursos dos alunos que indicam um melhor aprendizado com a utilização do *software*, os autores constataam que é imprescindível a integração de tecnologia e ensino de Cálculo nos cursos de graduação, proporcionando espaços de discursões destas. No entanto, isso requer que o educador esteja preparado para compatibilizar os métodos de ensino e teorias de trabalho com as tecnologias, tornado-as parte integrante da realidade do acadêmico (MISKULIN *et al.*, 2006, p. 107).

Nesse sentido, cabe a espaços de ensino a introdução das tecnologias de comunicação e informação e a condução do processo de mudança da atuação do professor que propicie ao aluno buscar corretamente a informação em fontes de diversos tipos e estar engajado no processo, consciente das reais capacidades da tecnologia, do seu potencial e de suas limitações, para que possa selecionar qual é a melhor utilização a ser explorada, num determinado conteúdo, contribuindo para a melhoria do processo ensino-aprendizagem, por meio de uma renovação da sua prática pedagógica.

Considerações

Foi possível intuir que os resultados da análise apontam para a necessidade de um diálogo mais próximo entre o ensino de cálculo e as ferramentas das novas tecnologias, pois se constatou que os alunos parecem sentir falta destes recursos educativos para facilitar o processo de ensino-aprendizagem. Além disso, é possível vislumbrar nos

discursos que os mesmos sentem a falta de disciplinas que abordem o tema das novas tecnologias nos seus cursos fazendo com que se revejam os currículos de formação acadêmica e especialmente nos cursos de licenciaturas.

Vários estudos e algumas experiências dos autores vêm constando que são relevantes às ações de formação dos profissionais da educação quanto à utilização de recursos tecnológicos, pois é notório os receios que estes ainda têm quanto à implementação nas suas aulas e ficam limitados aos recursos tradicionais. Dessa forma, promover espaços que estimulem a criatividade, métodos investigativos, comprometimento com uma formação não só acadêmica, mas também social, torna-se relevante no que concerne a relação do processo de ensino- aprendizagem.

É importante destacar o valor desse recurso para instrumentalizar o processo de ensino. O GeoGebra torna a aula muito produtiva, pois o dinamismo do *software*, quando bem explorado, motiva os alunos, prende a atenção e facilita a compreensão deles, além de promover a interação entre professor e aluno.

Referências

FERREIRA, F. A. Para entender a Teoria do Discurso de Ernesto Laclau. Revista Espaço Acadêmico, Paraná, v. 11, n. 127, p. 12-18, dez. 2011.

JOVER, R. S. V. *Cálculo Diferencial: Uma experiência de ensino utilizando os aplicativos GeoGebra e graphmatica*. In: 11º Encontro Nacional de Educação Matemática, Anais do 11º Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba- PR, 2013.

KENSKI, Vani Moreira. Caminhos futuros nas relações entre novas educações e tecnologias. In: SILVA, Aida Maria Monteiro; MACEDO, Francimar Martins Teixeira; MELO, Márcia Maria de Oliveira; e, BARBOSA, Maria Lúcia de Figueiredo (Org.). Políticas Educacionais, Tecnologias e Formação do Educador: repercussões sobre a didática e as práticas de ensino. Recife: ENDIPE, 2006. 213-226 p.

MATHIAS, I. R.; BORCHARDT, T. T.; CORRÊA, M. M. *O GeoGebra como ferramenta de ensino para o professor*. In: 11º ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Anais do 11º Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba-PR, 2013.

MISKULIN, R. G. S.; SILVA, M. R. C. (2010). Cursos de licenciaturas de matemática à distância: uma realidade ou uma utopia. In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (Org.). Tecnologia e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e Formação de professores. Recife: SBEM, p. 105-124.

PADILHA, Maria Auxiliadora Soares; CAVALCANTE, Patrícia Smith; ABRANCHES, Sergio Paulino. Caderno de educação e tecnologias. 2.ed. Recife: Editora Universitária, 2009. 10 p.

REZENDE, W. M. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. Disponível em: <http://www.scielo.com>. Acesso em: 30 jul. 2013.